

Neuromatemática un estudio interdisciplinario: el caso de las emociones expresadas en la construcción del paralelepípedo.

Neuromathematics an interdisciplinary study: the case of the emotions expressed
in the construction of the parallelepiped.

J. D. Giraldo-Rojas  ; L. A. Zabala-Jaramillo  ; M. C. Parraguez González 

DOI: <https://doi.org/10.22517/23447214.24751>

Artículo de investigación científica y tecnológica

Abstract—The present research proposes an interdisciplinary study between Neuroscience and Mathematics Didactics through two constructs of these fields –emotions and APOE Theory (action, process, object, and scheme)–. From the methodological point of view, the binomial emotion and geometric problem solving have been selected in fifth-grade students, to show the emotions that emerge when they build a parallelepiped with the Cabri 3D software through lines in construction stages. cognitive action, process, object, and schema. The results obtained derive from an analysis of three sources: (1) Detection of facial microexpressions, (2) Heat map, and (3) Tukey's test, that allow us to appreciate the relationship between the APOE theory, the definition proposed for Neuromathematics, and its study of emotions that bases the pedagogical and didactic processes given in the teaching and learning of geometry.

Index Terms— APOE, Didactics of Mathematics, Emotions, Facial Microexpressions, Neuroscience, Neurodidactics, Neuromathematics.

Resumen—La presente investigación propone un estudio interdisciplinario entre la Neurociencia y la Didáctica de la Matemática a través de dos constructos de estos campos –las emociones y la Teoría APOE (acción, proceso, objeto y esquema)–. Desde lo metodológico se ha seleccionado el binomio *emoción y solución de problemas geométricos*, en estudiantes de quinto de primaria, con la finalidad de mostrar las emociones que emergen cuando ellos construyen un paralelepípedo con el *software Cabri 3D* a través de rectas en etapas de la construcción cognitiva de acción, proceso, objeto y esquema. Los resultados obtenidos derivan de un análisis de tres fuentes: (1) Detección de

microexpresiones faciales, (2) Mapa de calor y (3) Prueba de Tukey, las que tributan a sostener que esta relación de la teoría APOE en concordancia con lo que la Neuromatemática nos señala sobre las emociones, fundamenta los procesos pedagógicos y didácticos dados en la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Palabras clave— APOE, Didáctica de la Matemática, Emociones, Microexpresiones Faciales, Neurociencia, Neurodidáctica, Neuromatemática

I. INTRODUCCIÓN

La neurociencia tiene una larga evolución histórica que abarca varios siglos; el vocablo neurociencia se ha desarrollado y delimitado durante el siglo XX, en especial a partir de la llamada década del cerebro (1990 – 2000). Para Dewsbury (1991), citado por Pinel [1] la neurociencia es el estudio científico de la biología de la conducta. Para Jones, la palabra neurociencia expresa un nuevo concepto utilizado para nombrar una ciencia del cerebro o de la mente, y una disciplina no constreñida por las actitudes predominantes, dogmas y técnicas subyacentes a las disciplinas tradicionales (Jones, 2000. Citado por Pinel). Durante su desarrollo, la neurociencia se ha enriquecido del aporte desde diferentes ciencias. Por ejemplo, a partir de los estudios psicológicos experimentales sobre la manera como procesamos los estímulos sensoriales del entorno y de la relación que se establece entre la magnitud de dicho estímulo físico y la sensación subjetiva que produce. Posteriormente con el apoyo del conductismo se emprenden estudios sobre la forma como las células nerviosas son capaces de codificar un estímulo sensorial determinado Redolar [2], permitiendo iniciar el campo que relaciona la neurociencia y la cognición, actualmente conocido como neurociencia cognitiva mediante la cual se revoluciona la relación entre mente y cerebro.

Situados ya en la neurociencia cognitiva, mencionaremos varios elementos asociados a su evolución Escera [3], por ejemplo, la crisis paradigmática presentada en la psicología cognitiva, que enfoca su atención hacia el cerebro, el preguntarse por los procesos mentales y la manera como interactúan entre sí para producir la actividad mental; la

Este manuscrito fue enviado el 21 de junio de 2021 y aceptado el 23 de septiembre de 2021.

J. D. El autor pertenece al programa en psicología de la Facultad de Ciencias Sociales y Humanas de la Universidad de Medellín. Carrera. 87 #30-65, Medellín, Antioquia, Colombia. (jdagirald@udemedellin.edu.co).

L. A. El autor pertenece a la Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad de Medellín. Carrera. 87 #30-65 Medellín, Antioquia, Colombia. (jdagirald@udemedellin.edu.co).

M. C. La autora pertenece al Instituto de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso. Brasil 2950 Valparaíso, Chile. (marcela.parraguez@pucv.cl).

consolidación de la psicología fisiológica y el avance propiciado por el trabajo con las ciencias computacionales, especialmente la inteligencia artificial, facilitando observar el cerebro y su actividad mediante neuroimágenes y la toma de registros psicofisiológicos, así como la simulación de la actividad neuronal. Propone Escera que con las publicaciones realizadas desde 1988 (Posner, Kosslyn, Churchland, Sjnowski, Zeki, Shipp, De wise, Desimone) y en especial con Organization of the Human Brain, por Gazzaniga (1989) se configura el nuevo paradigma que aborda las relaciones mente-cerebro para la neurociencia cognitiva. Dicho paradigma ha evolucionado y actualmente nos encontramos con los análisis y las propuestas de Fuster [4], que desarrolla un segundo paradigma sustentado en un *modelo de red neuronal*, “las redes se forman gracias a la experiencia vital y constituyen el sustrato de todas las funciones cognitivas: la atención, la percepción, el lenguaje y la inteligencia se valen de las mismas redes”. Estas redes son básicamente amplios grupos de neuronas de la sustancia gris cortical, conectadas y diseminadas por el cerebro que conforma redes que a su vez se conectan con otras redes neuronales, a las cuales Fuster llama *Cógnitos* Fuster [5], y que define como:

“Recuerdo o elemento de conocimiento en forma de red de ensamblajes neuronales corticales asociados que representan los componentes de este recuerdo o elemento de conocimiento. Así pues, los cógnitos son redes que varían mucho en cuanto al tamaño, están repartidos por extensiones muy variables de la corteza de asociación, comparten núcleos componentes (rasgos constituyentes) y exhiben un encaje generalizado de cógnitos pequeños en otros mayores”. [4].

Es a partir de estas nuevas propuestas que van surgiendo la gran cantidad de campos aplicados de la neurociencia, por ejemplo: neuroeducación, neurodidáctica, neuroderecho, neuroética, entre otros. Para el caso de la presente investigación y con el fin de presentar una propuesta conceptual y metodológica propia sobre Neuromatemática, utilizaremos algunos de estos conceptos.

La neuroeducación, campo aplicado de la neurociencia que implica relaciones entre educación, pedagogía, didáctica y neurociencia, se enfoca a trabajar la educación asociada a las potencialidades del cerebro para proponer estrategias pedagógicas y didácticas que orienten el aprendizaje y los ambientes que lo favorecen, por ejemplo: la neurogénesis, plasticidad neuronal, períodos de maduración cerebral, relación entre emociones, motivación y cognición, entre otros. Según Bejar se llama neuroeducación a:

“La línea de investigación en neuroeducación que tiende hacia la resolución científica de las preguntas sobre el sustrato neuronal del sistema cognitivo humano. La neuroeducación enseña, pues, una nueva mirada sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje desde los conocimientos de la neurociencia aplicada” [6].

En lo que se refiere a la Neurodidáctica aún persiste alguna dificultad en su delimitación y los autores la nombran de diferente manera; es así como Mora [7] la llama

Neuropedagogía; Paterno [8] la llama Neuroeducación, y Meléndez [9] realiza un explicación y definición concreta, mencionando:

“La Neurodidáctica viene a reunir lo que la epistemología, la neurología, las ciencias cognitivas, la psicología del aprendizaje y la pedagogía han intentado comprender desde siempre, y que tiene que ver con la mejor manera de aprender que a su vez nos permita organizar la mejor manera de enseñar. El mérito principal de este nuevo enfoque estriba en que “...las investigaciones que desde éste se han generado, traen resultados que trastocan las más arraigadas teorías psicológicas y pedagógicas, dilucidando cómo se activa nuestro sistema nervioso cuando nos acercamos a nuevos objetos de conocimiento” [9]. Es por lo que, la Neurodidáctica se establece como una propuesta educativa de la neurociencia que, con un enfoque de la neurofisiología en los procesos mentales, permite plantear estrategias de enseñanza y aprendizaje “efectivas, eficientes y oportunas para la atención a la diversidad y la inclusión educativa de todo el estudiantado”. [7].

Por su parte la didáctica de la matemática se ha establecido como una disciplina científica que reconoce tres etapas: una antigua, una clásica y la llamada didáctica fundamental. Esta última etapa –en la que nos interesa enfocarnos– llamada así, debido al comportamiento de la didáctica matemática como una ciencia que está provista de marcos teóricos explícitos, donde el rol del marco se enfoca específicamente en la forma cómo el aprendiz desarrolla, comprende o aprende un concepto matemático. Estos marcos surgen por la imposibilidad de abordar asuntos específicos de la didáctica matemática por sí misma, por ejemplo, la relación entre los aprendizajes de aritmética, álgebra y geometría, la adquisición de conceptos matemáticos precisos o los criterios para el diseño de un currículo de matemáticas en general; todos ellos posibilitan el reconocimiento didáctico específico en cada una de las áreas. Gascón afirma que:

La didáctica de las matemáticas representa “un cambio progresivo de problemática” y un nuevo “programa de investigación”, y propone que la definición de “didáctica de las matemáticas puede seguir siendo considerada como la *ciencia de los fenómenos y los procesos didácticos*, con la condición de que *didáctico se entienda como relativo al estudio de las matemáticas*”. [10].

Podemos decir entonces, citando a Gascón que la Didáctica de la Matemática se constituye como disciplina científica, reconocida internacionalmente, apoyándose en los marcos teóricos explícitos que se han venido construyendo en esta disciplina y que le dan elementos para poder interpretar un objeto matemático a investigar.

En este punto del análisis, pasamos a presentar una propuesta propia sobre la relación entre neurociencia y didáctica de la matemática a través de lo que denominaremos Neuromatemática. En este campo de conocimiento y actuación convergen la neurociencia cognitiva, psicología, la neurodidáctica y la didáctica de las matemáticas. Tomando en

cuenta que la neurociencia cognitiva estudia la relación entre cerebro, actividad mental y procesos mentales; la psicología al comportamiento humano y sus procesos mentales; la didáctica de las matemáticas estudia los fenómenos didácticos, algunos de ellos al interior del aula, con el objeto de proponer actividades para enseñar y aprender matemática, pero con sustento teórico. En relación con esto último, en esta indagación se pretende abordar los procesos de enseñanza aprendizaje mediante la investigación sobre la interacción del funcionamiento del cerebro, la conducta, los procesos mentales, así como potencializar los profesionales involucrados en la enseñanza de la matemática y el aprendizaje de los estudiantes. Teniendo en cuenta lo anterior, proponemos definir la *Neuromatemática como la disciplina científica que estudia la aplicación de los conocimientos y avances de la neurociencia sobre los mecanismos cerebrales asociados al aprendizaje de la matemática y los procesos pedagógicos y didácticos dados en la enseñanza y aprendizaje de la matemática.*

Para el caso de la presente investigación en el escenario de la Neuromatemática, se ha escogido estudiar el binomio *emoción y solución de problemas matemáticos*, en estudiantes de quinto de primaria, mostrando las emociones que emergen cuando ellos construyen un paralelepípedo a través de rectas. Es claro que la cognición se relaciona de forma directa con la emoción, bien sea por el efecto positivo o negativo de la última sobre la primera.

“Las emociones están relacionadas con los procesos necesarios para la adquisición de los conocimientos que se transfieren en la escuela. Nuestra esperanza es que se construya una nueva base para la innovación en el diseño de entornos de aprendizaje. Cuando los profesores no aprecian la importancia de las emociones en los estudiantes, no aprecian un elemento decisivo para el aprendizaje. Se podría argumentar, de hecho, que no aprecian en absoluto la razón fundamental por la que los alumnos aprenden”. [11].

II. EMOCIONES Y PROCESOS COGNITIVOS

El estudio de las emociones ha ocupado un amplio periodo de tiempo de la historia de la psicología como ciencia, Según Vigotsky (1926) [12] a partir de finales del siglo XIX encontramos las dos más importantes propuestas sobre el estudio de las emociones planteadas por Lange y James basadas en las cuales se desarrolló el trabajo sobre éstas en el siglo XX. Evolutivamente nuestro cerebro logra generar emociones y sentimientos, su investigación nos remonta al estudio de la recompensa, el castigo, los impulsos, la motivación y los sentimientos. La emoción está ligada a la regulación de la vida, la homeostasis, y está conformada por una serie de dispositivos biológicos que le permiten construir un conjunto heterogéneo de fenómenos a los que llamamos “emocionales”, lo que hace necesario diferenciarla de los sentimientos. En la Fig. 1, se presenta un mapa conceptual a través del cual se muestra un desarrollo del concepto de emoción.

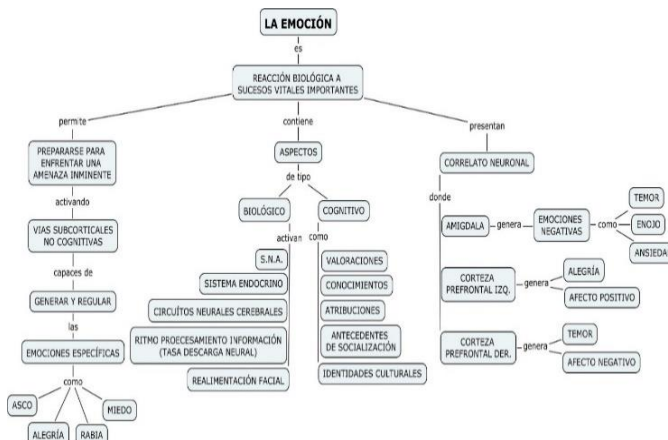


Fig. 1: Mapa conceptual de la emoción. Fuente: Elaboración Juan David Giraldo Rojas.

Como podemos apreciar las emociones tienen su campo de acción en nuestro cuerpo, se activan mediante imágenes procesadas en el cerebro por las situaciones que el sujeto está viviendo o por el recuerdo de imágenes de situaciones ya vividas y producen un “estado emocional” que surge rápidamente y va disminuyendo a medida que aparecen otros. Es importante resaltar cómo la emoción afecta, en milésimas de segundo, a procesos mentales como la atención, la memoria operativa, la producción coherente del lenguaje y la capacidad de solución de problemas, en general a lo que llamamos *procesamiento cognitivo*.

En lo que se refiere a los *sentimientos* en la Fig. 2, se muestra un mapa conceptual en el cual podemos apreciar la diferencia entre sentimientos y emociones.

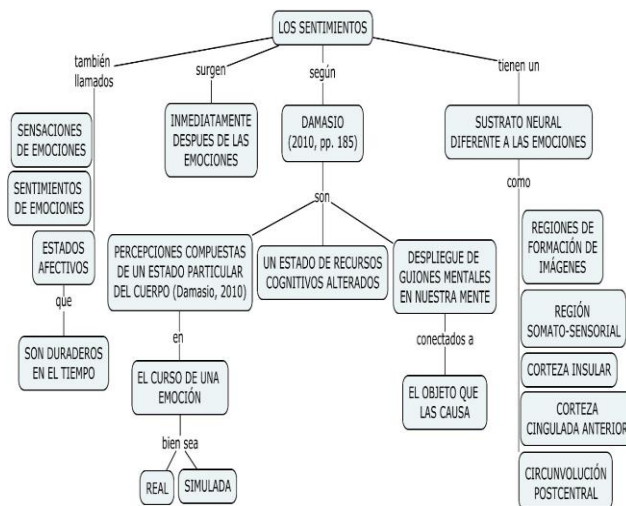


Fig. 2: Mapa conceptual de los sentimientos. Fuente: Elaboración Juan David Giraldo Rojas.

La diferencia entre emoción y sentimiento radica en que la emoción es de inicio visceral y no puede ser reprimida, solo se puede procesar, sin embargo, el sentimiento o sensación de emoción surge inmediatamente después de la emoción, es el último peldaño del proceso emocional, es una percepción mixta de todo lo que ha ocurrido durante la emoción.

Nuestra *capacidad de simular* es de tal magnitud que podemos hacerlo con las emociones mixtas, por ejemplo,

sorpresa-asco, sorpresa-felicidad o miedo-asco- y esto es posible porque somos conscientes de la manera como expresamos nuestras emociones y, además, podemos usar en la simulación las mismas regiones neurales que funcionan de manera automática para que surja la emoción real; permitiendo entender que las personas no estamos constantemente emitiendo *emociones sentidas o reales*, en una gran cantidad de ocasiones emitimos *emociones no sentidas* que nos permiten hacer un “como si” o tener la “actitud” para enfrentar una situación particular y adaptarnos, tal es el caso de la resolución de problemas matemáticos. Por esto, para el análisis de esta investigación es fundamental tener en cuenta que estos estados simulados o “como sí” no son iguales a aquellos que imitan, debido a que reducen la emotividad real y los costos energéticos asociado a ella, son versiones atenuadas de las emociones reales y no se pueden valorar como verdaderas emociones sentidas, por lo que tampoco pueden competir con los patrones verdaderos de éstas.

Las emociones también han sido clasificadas como universales debido a que su expresión en el rostro humano es igual para todos y por esta razón podemos reconocerlas fácilmente en otras personas; por ejemplo, la sorpresa, tristeza, asco, desprecio, miedo, ira y alegría. En esta clasificación se propone que solo hay una emoción positiva –la alegría– y otra de valencia neutra –la sorpresa–, las restantes –tristeza, miedo, ira, asco y desprecio– se consideran de valencia negativa. Es a partir de estas emociones básicas y universales que se derivan todas las demás que se reconocen como emociones sociales o secundarias que están condicionadas por factores culturales aprendidos mediante la educación. En síntesis, la emoción es un fenómeno que presenta elementos biológicos, cognitivos y culturales; a partir de los cuales las personas podemos presentar estados afectivos como, por ejemplo:

- Activado/agradable: alerta, excitado, jubiloso, feliz.
- Activado/desagradable: Tenso, nervioso, estresado, afectado.
- Desactivado/agradable: Contenido (apoyado), sereno, relajado y calmado.
- Desactivado/desagradable: triste, deprimido y aburrido.

III. NUESTRA INVESTIGACIÓN

Este estudio se focaliza en la construcción del paralelepípedo a través de rectas en el contexto Educativo de Primaria, para ello se escogió a un total de 29 alumnos pertenecientes al grado quinto de primaria –con edades de 11-12 años–, del Colegio Colombo Británico de la Ciudad de Envigado-Antioquia-Colombia, los cuales tenían los conceptos previos fundamentales de rectas, semirrectas y segmentos, así, como de las propiedades de los poliedros que se imparten para este grado de primaria, pero no el manejo del *Software Cabri 3D*, por lo que realizamos cuatro talleres de tres horas continuas y luego se les pidió que realizaran el ejercicio producto de esta investigación.

La recta y el punto en la Geometría de Euclides son considerados elementos primitivos, sobre los cuales se construyen sus axiomas, definiciones y Teoremas. Esta

Geometría se caracteriza porque en ella se cumple el quinto postulado de Euclides, esto es, que por una recta L y un punto P fuera de ella, pasa una única recta L' , tal que $L//L'$. También hay otros axiomas que son relevantes y no exclusivos de esta geometría, por ejemplo, por dos puntos diferentes P y P' pasa una única recta. Sin embargo, la matemática escolar, define o considera la recta, de manera diferente dependiendo del nivel escolar:

- *En enseñanza Secundaria*. Una recta es un conjunto de infinitos puntos colineales.
- *En Primaria*. Una recta no tiene ni principio ni fin y contiene infinitos puntos.

En el escenario de nuestra investigación, con base en la definición de primaria, vamos a considerar también, que una semirrecta tiene un principio en un punto, pero es infinita en uno de los sentidos y un segmento tiene un principio y un fin. En la Fig. 3, se muestran las representaciones que se utilizan en la matemática escolar para la recta, la semirrecta y el segmento.

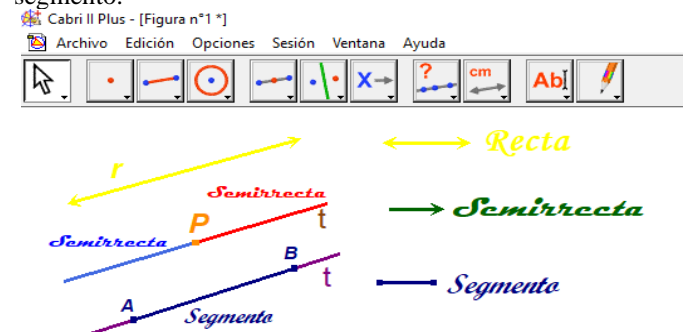


Fig. 3: Representaciones de recta, semirrecta y segmento en Primaria.

Así también, ponemos de relieve que, en este mismo contexto educativo, existen diferentes tipos de rectas:

- *Rectas Secantes*: Dos rectas que se cortan en un punto.
- *Rectas Paralelas*: Dos rectas que no se cortan en ningún punto.
- *Rectas Coincidentes*: Dos rectas con todos sus puntos comunes.
- *Rectas Perpendiculares*: Dos rectas que al cortarse forman cuatro ángulos rectos.

En la Fig. 4, se muestran representaciones que utilizan textos de estudio para este tipo de rectas en Primaria.

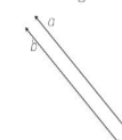
Rectas paralelas y rectas perpendiculares

Dos rectas son **paralelas** si están en la misma superficie plana y no tienen ningún punto en común.

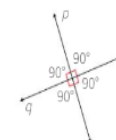
Dos rectas son **perpendiculares** cuando se cortan y forman ángulos rectos.



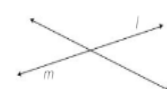
Observa los siguientes pares de rectas.



a y b son paralelas.



p y q son perpendiculares.



l y m no son perpendiculares.

Fig. 4: Operaciones entre rectas en primaria (Santillana, 2017 p. 166).

Con base en estos elementos que se han descrito, esta investigación se propone indagar cómo estudiantes de primaria, particularmente de quinto grado, construyen con apoyo de un *software Cabri 3D*, un paralelepípedo, como el que se muestra en la Fig. 5.

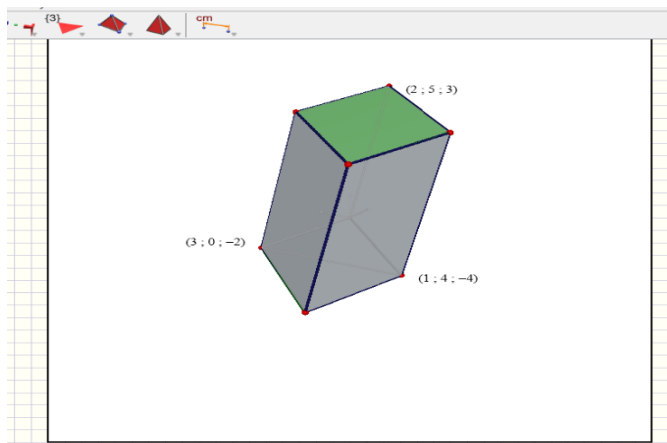


Fig. 5: Representaciones de un paralelepípedo en Primaria.

Es importante destacar, que desde la geometría euclidiana construir el paralelepípedo con estos elementos, significa que este cuerpo debe conservar todas las propiedades que él posee, por ejemplo, la perpendicularidad entre sus caras concurrentes. Ahora desde el software a utilizar, construir correctamente el paralelepípedo significa que soporta la prueba de arrastre, esto es, que la figura no se desmorona cuando ella se rota, estira o contrae, como se muestra en la Fig. 6.

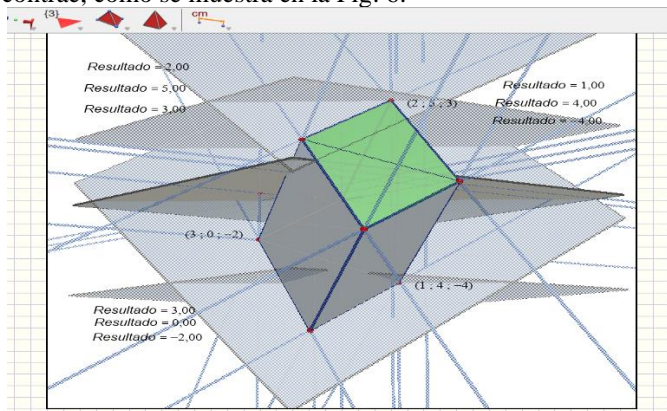


Fig. 6: Construcción de un paralelepípedo en Primaria con el *Software Cabri 3D*.

Con base en una perspectiva teórica que nos ubica en el campo de la Neuromatemática hemos desarrollado un trabajo investigativo centrado en las emociones expresadas durante la construcción del paralelepípedo a través de rectas, en relación con los procesos cognitivos que están presentes en las diferentes etapas de la construcción del paralelepípedo.

En lo que sigue, mostraremos que, haciendo uso de tecnología, fue posible evidenciar microexpresiones faciales asociadas a ocho estados emocionales expresados por los estudiantes, los que hemos correspondido a través de un análisis estadístico con determinados estados cognitivos que nos proporciona la teoría APOE (acrónimo de *acción, proceso, objeto y esquema*) de acuerdo al tipo de respuesta del estudiante.

IV. LA TEORÍA APOE

Con el fin de abordar nuestro interés investigativo, hemos utilizado los elementos de la **teoría APOE** (*Acción, Proceso, Objeto y Esquema*), porque su base epistemológica que se sustenta en la **abstracción reflexiva de Piaget** nos permite interpretar el pensamiento lógico-matemático en una situación matemática específica. Dubinsky [13] propone las estructuras mentales de *acción, proceso, objeto y esquema*, para construir un concepto matemático y unos mecanismos mentales – Interiorización, Coordinación, Reversión, Encapsulación y Desencapsulación, Coherencia, Desarrollando y Tematización–, para modelar la construcción cognitiva de un fragmento de la matemática. Dicho modelo recibe el nombre de descomposición genética.

En la Fig. 7, se muestran los elementos de la Teoría APOE y las relaciones entre las estructuras mentales que se pueden establecer en la mente de un estudiante.

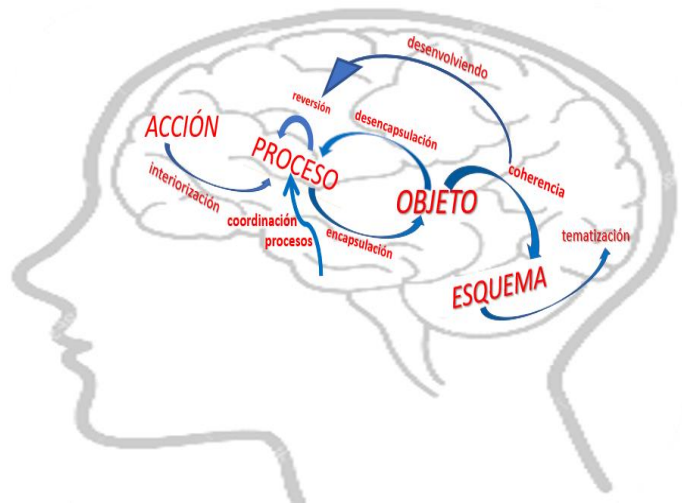


Fig. 7: Relación entre cerebro, estructuras y mecanismos mentales desde la teoría APOE.

Proponemos que la relación entre cerebro, teoría APOE y *software Cabri 3D* que pretendemos establecer, tiene su importancia en que inicialmente estamos interpretando mediante esta teoría las funciones lógico matemáticas situadas mayormente en el hemisferio izquierdo del cerebro, relevante por ser el más lógico racional y donde precisamente se encuentra en su mayoría, el lenguaje matemático con signos, símbolos y números. Este lenguaje matemático es muy importante para la enseñanza aprendizaje de la construcción de un objeto matemático, cuyos elementos de la teoría APOE tienen el potencial de describir una amplia gama de construcción de objetos matemáticos, en esta ocasión a través del *software Cabri 3D*. Aunque en el hemisferio derecho se encuentra una función que los científicos han reconocido como creativa, hemos optado por situarnos en el hemisferio izquierdo, debido a su importancia en el desarrollo cognitivo del estudiante.

En el escenario de la presente investigación, nos enfocamos en la construcción del objeto matemático paralelepípedo (OMP) con base en el elemento geométrico de la recta, que

permite realizar el *software Cabri 3D*, y los elementos cognitivos de la Teoría APOE. Entendemos que las *acciones* realizadas con el OMP con la ayuda del *software Cabri 3D*, son externas al estudiante y que son realizadas paso a paso, guiadas por instrucciones que le van indicando al estudiante sobre qué debe hacer con el OMP –muchas veces repetidas–. Cuando, el estudiante realiza una reflexión sobre esas *acciones*, las cuales las ha observado en la construcción que viene realizando con el *software Cabri 3D*, y deja de depender de las instrucciones externas, se puede interpretar que el estudiante ha interiorizado las *acciones* sobre el OMP, y así esta construcción, con el *software Cabri 3D*, ha evolucionado a un *proceso* del OMP, por lo que ahora en la construcción que realiza el estudiante del OMP, omite algunos pasos y, analiza lo realizado, se interpreta que mentalmente el estudiante ha interiorizado las *acciones* en un *proceso* del OMP. La construcción mental *proceso* que un estudiante realiza sobre un OMP también puede coordinarse en más de un *proceso*, lo que le permite realizar relaciones entre los *procesos*, creando un nuevo *proceso*. También los *procesos* que se han realizado del OMP puede revertirse en nuevos *procesos*. Cuando un estudiante ha realizado *acciones* sobre un OMP que llevan a un *proceso* se puede interpretar que este ha encapsulado el *proceso* del OMP como un *objeto* cognitivo del OMP, el cual lo puede desencapsular en un nuevo *proceso*. Por último, desde la Teoría APOE, cuando un estudiante ha realizado una colección de *acciones*, *procesos* y *objetos* del OMP podemos decir que ha *esquemático* el OMP, bajo la utilización de los elementos dados por el *software Cabri 3D* se puede decir que la construcción del OMP está bien realizada, y si esa colección la ha realizado en la mente de este como una estructura cognitiva coherente, –donde el estudiante establece relaciones al interior del *esquema* del OMP–, podemos decir que este ha alcanzado la construcción *esquema* del OMP.

Metafóricamente, así como el cerebelo tiene la función de regular los ritmos, la descomposición genética que regula la construcción cognitiva del OMP, tiene la función de dinamizar todas estructuras mentales, sujetas a los mecanismos mentales, para que tributen a la construcción del OMP mediante un *software* dinámico, el cual establece la relación tanto matemática como geometría en dicha construcción. En la tesis doctoral (no publicada) en Didáctica de la Matemática de Zabala-Jaramillo [14], se utilizó el *software Cabri 3D* para la construcción de paralelepípedo, con alumnos de quinto de primaria del Colegio Colombo Británico de la Ciudad de Envigado-Antioquia-Colombia y se clasificaron los hallazgos por *esquemas*, de la siguiente manera: EQ1 *esquema* de los estudiantes que no lograron la construcción pero lo intentaron; EQ2 *esquema* de los que únicamente usaron el *Software* y EQ3 *esquema* de los que hicieron uso lógico del *Software*. Como resultado, se logró validar las estructuras y mecanismos mentales que regulan la construcción del OMP a través de la descomposición genética propuesta en la Fig. 8.

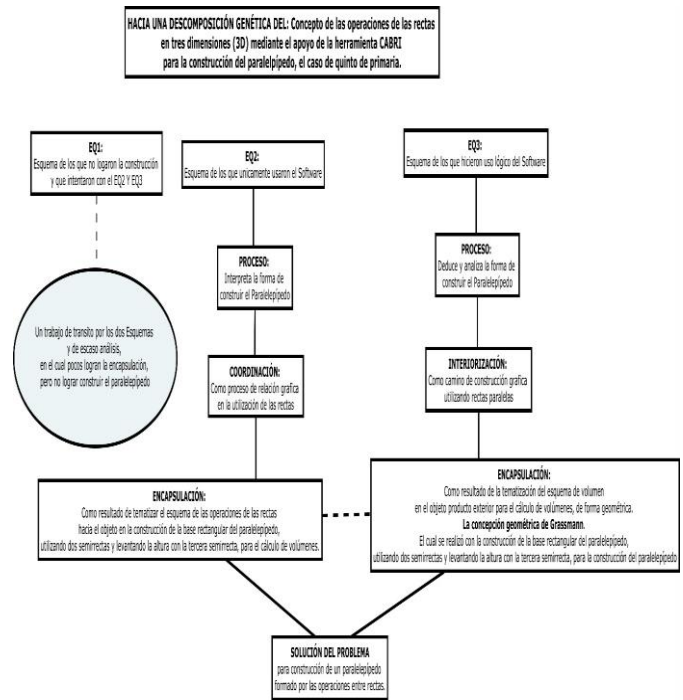


Fig. 8: Descomposición genética a través de esquemas.

V. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO REALIZADO POR ESTUDIANTES EN EL OBJETO MATEMÁTICO

En [14], se utilizaron los mecanismos mentales, de coordinación o de interiorización de las *acciones* del objeto matemático, cuando el estudiante comienza a considerar una operación como un tipo de transformación en tripletas ordenadas de elementos de un conjunto de puntos, en donde se consigue observar que la figura poliedra se puede formar usando estos puntos ya situados en el espacio. Esto significa que el estudiante ha construido una estructura mental que realiza la misma transformación que la *acción*, pero totalmente en su mente; para ello, y con base en el análisis de los resultados obtenidos, hemos estructurado una descomposición genética que consta de tres *esquemas*, primer esquema –EQ1 *esquema* que no lograron la construcción y que lo intentaron–, el concepto geométrico de la operación de rectas para la construcción del paralelepípedo dados tres puntos en el espacio, con coordenadas (x, y, z) es tratado como un elemento, ya que el estudiante solo se limita a buscar la forma de ubicarlos en el espacio; se diseña también el segundo esquema –EQ2 *esquema* con el uso del *Software*–, como una entrada de operaciones computacionales de ubicación de los puntos dados; y finalmente el diseño de un tercer esquema –EQ3 *esquema* del uso lógico del *Software*–, como el objeto trascendente de un proceso de construcción geométrica en el espacio euclídeo que produce una secuencia de aplicaciones observadas en la construcción de la figura que surge de este. En cada uno de estos esquemas, la construcción del paralelepípedo es tratado como un objeto estático, aunque los procesos que los origina son dinámicos, como lo evidencia la construcción del OMP con el apoyo del *software Cabri 3D*.

En el escenario de los tres *esquemas* anteriores, un estudiante puede determinar si la relación entre las operaciones de las rectas define una figura en un plano –en este caso un

cuadrilátero– y puede coordinar las diferentes formas que dan los pares ordenados de estas rectas, lo cual nos puede dar pruebas o evidencias de construir un *esquema* de la operación de rectas para la construcción del paralelepípedo. Un indicador de la coherencia del *esquema* de la operación de rectas incluiría la capacidad de un estudiante para interpretar una determinada gráfica.

VI. MICROEXPRESIONES FACIALES

El software FaceReader se utilizó en esta investigación para detectar microexpresiones faciales y ha sido exitoso para clasificar expresiones en una de las siguientes categorías: feliz, triste, enojado, sorprendido, asustado, disgustado y neutral. Estas categorías emocionales han sido descritas por Ekman [15] como las emociones básicas o universales. Además de estas emociones básicas, el desprecio se puede clasificar como expresión, al igual que las otras emociones, según Ekman & Friensen [16]. Obviamente, las expresiones faciales varían en intensidad y suelen ser una mezcla de emociones. Además, hay bastante variación interpersonal. En relación con esto último, en la Fig. 9, se muestran conceptos del software FaceReader en el análisis de microexpresiones.

Clasificación	Definición o contenido	Unidad o cálculo	Observaciones
Salida principal	Clasificación de las expresiones faciales del participante. Los resultados de la clasificación se muestran a través de varios cálculos.	Cada expresión tiene un valor entre 0 y 1, que indica su intensidad. El cero representa que la expresión está ausente y el uno significa que la emoción está completamente presente.	A menudo las expresiones faciales son causadas por una mezcla de emociones y es posible que dos o más expresiones ocurran simultáneamente con una intensidad alta. Normalmente la intensidad no es igual a 1.
Valencia	Indica si el estado emocional del sujeto es positivo o negativo. "Feliz" es la única expresión positiva, "triste", "enojado", "asustado" y "disgustado" se consideran expresiones negativas.	La valencia se calcula como la intensidad de "feliz" menos la intensidad de la expresión negativa con la mayor intensidad. Ejemplo: Si la valencia expresada en felicidad es de 0.9 y encontramos valencia para enojado de 0.3 y para tristeza de 0.4; el cálculo se hace restando la valencia negativa más alta, en este caso sería: $0.9 - 0.4 = 0.5$	"Sorprendido" es una emoción neutra, por lo tanto, no se utiliza para calcular la valencia.
Arousal	Indica si el participante de la prueba está activo o no.	Activo (+1) Inactivo (0)	
Modelo Circumplejo de afectos	Diagrama circular basado en el modelo descrito por Russell.	En el modelo de afecto circumplejo, el arousal se grafica contra la valencia. Durante el análisis, la mezcla actual de expresiones y unidades de acción se traza con desagradable /agradable en el eje x, y activa / inactiva en el eje y.	

Fig. 9. Conceptos del FaceReader para el análisis de Microexpresiones Faciales.

En la Fig. 10, se muestra un cuadro de análisis a través del FaceReader en el cual se observa cómo se relacionan el modelo circumplejo de afectos, las barras que muestran la intensidad en la expresión de la emoción y la valencia que nos indica si la emoción es sentida (cuando está por encima de cero (positiva)), o si es expresada pero no sentida (cuando la valencia está por debajo de cero (negativa)).

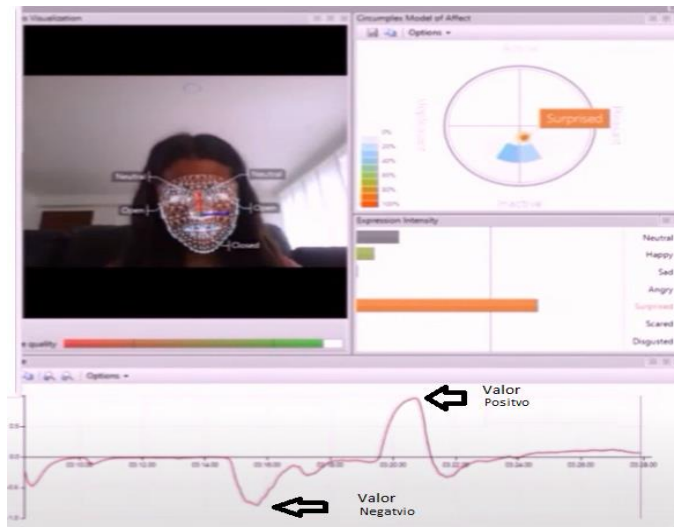


Fig. 10. Relación entre el modelo Circumplejo de afecto, las barras de la intensidad en la expresión de la emoción y la valencia.

VII. ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS EMOCIONES EN LOS ESQUEMAS

En la siguiente tabla se muestran el *promedio* y las *desviaciones Estándar* de las emociones por *esquemas*, que los hemos denominado –EQ1, EQ2 y EQ3–. En la Tabla I se muestran los resultados iniciales y generales que nos proporcionó el FaceReader del análisis de los 29 alumnos que participaron en esta investigación.

TABLA I
RESULTADOS INICIALES Y GENERALES DE MICROEXPRESIONES FACIALES EN LOS ESTUDIANTES.

EMOCIONES	PROMEDIO Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR DE FRECUENCIAS DE EMOCIONES POR ESQUEMAS							
	TODOS LOS 29 ALUMNOS		EQ1 - 10 ALUMNOS		EQ2 - 2 ALUMNOS		EQ3 - 17 ALUMNOS	
	PROM EDIO	DESVI ACIÓN	PROM EDIO	DESVI ACIÓN	PROM EDIO	DESVI ACIÓN	PROM EDIO	DESVI ACIÓN
Neutral	142	71	150	83	47	40	148	61
Feliz	16	21	24	32	16	13	11	10
Asustado	18	33	17	21	1	1	20	40
Triste	49	47	54	62	26	9	49	41
Sorprendido	34	45	39	48	1	1	35	46
Desprecio	5	9	7	12	0	0	5	7
Disgustado	21	26	12	13	2	1	29	30
Enojado	19	17	16	21	9	12	22	15

De la Tabla I, podemos observar dos aspectos estadísticamente fundamentales, el primero es que el promedio más alto de emociones de los 29 alumnos se presenta en la emoción Neutral y por encima de las demás emociones, caso similar ocurrió con los *esquemas* EQ1 y EQ3. En el EQ3 se muestran los datos, en donde las variaciones con respecto al total de los alumnos no son tan significativas, ya que en este *esquema* hacen uso lógico del *Software Cabri 3D*. Aunque en el *esquema* EQ1, de los que no lograron la construcción del OMP, se muestra una similitud de variaciones con respecto al total de los alumnos, no podemos descartar las diferentes

emociones que estos alumnos tuvieron en el proceso de acercamiento en la construcción del OMP. En el *esquema* EQ2 de los que únicamente usaron el *Software Cabri 3D* se muestra una mayor variación con respecto al total de los alumnos, podemos decir que esto se debe al reducido número de alumnos que optaron por la construcción del OMP pero que si lograron realizar la tarea matemática propuesta. El segundo aspecto, es que la desviación estándar con respecto a cada uno de los promedios –de todos los alumnos, del EQ1, del EQ2 y del EQ3–, exceptuando la emoción neutral, la otras emociones muestran un valor de la desviación estándar más mal alto o igual que el promedio de cada uno de estos, lo cual se puede analizar dentro de la Neuromatemática como un hecho no solamente importante sino relevante, ya que estamos observando datos de estudiantes que están mostrando una gran variabilidad de emociones que se reflejan mientras realizan una tarea matemática específica, por lo que podemos decir que los datos son realmente extremos. En síntesis, podemos empezar a observar la homogeneidad estadística para el logro de la construcción del OMP en el EQ3, puesto que estos alumnos muestran el logro de la tarea matemática propuesta y una similitud con respecto al total de los alumnos.

En el siguiente mapa de calor de la Fig. 10, basado en el conteo de emociones expresadas y sentidas podremos observar lo que ocurrió en el EQ1.

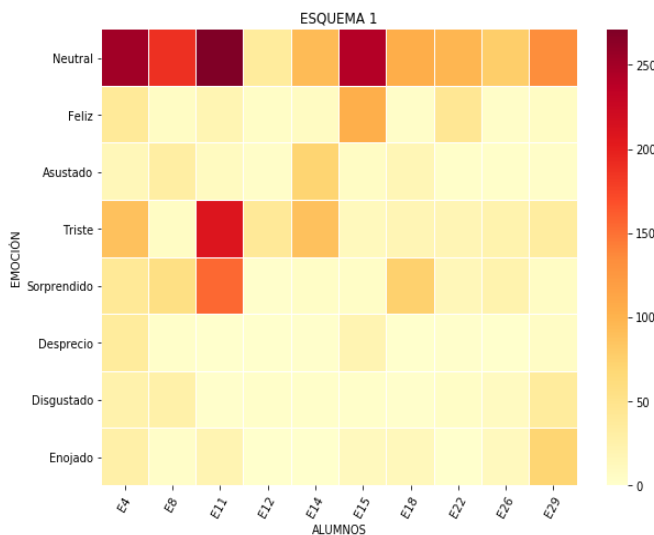


Fig. 11. Mapa de calor de EQ1.
Fuente: Elaborado por Fabricio Vladimir Vines Vines

Se aprecia en la Fig. 11, que la emoción que aparece mayor cantidad de veces expresada y sentida en EQ1 es la neutral, seguida de tristeza y sorprendido. Por su parte, las que aparecen en menor cantidad de veces fueron desprecio y disgusto. Observamos que en este grupo de estudiantes aparece una mayor conteo de algunas emociones negativas como tristeza, desprecio, disgusto y enojo; la emoción felicidad aparece solo en tres de los diez estudiantes de este grupo; este mayor conteo de emociones negativas podría estar asociadas a un menor rendimiento cognitivo y la no solución de problemas matemáticos. Es de anotar que los alumnos clasificados en este *esquema* no lograron realizar la construcción del OMP.

En la Fig. 12, el mapa de calor, basado en el conteo de emociones expresadas y sentidas podremos observar lo que ocurrió en el EQ2.

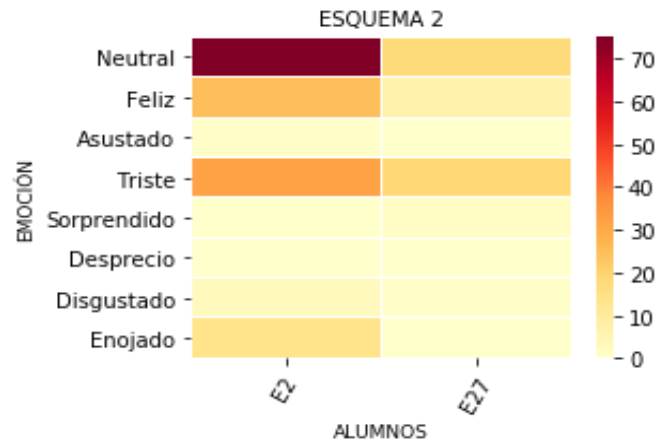


Fig. 12. Mapa de calor de EQ2.
Fuente: Elaborado por Fabricio Vladimir Vines Vines

Se aprecia en la Fig. 12, que el conteo de la emoción más expresada y sentida en EQ2 es también la neutral, seguida de felicidad y en tercer lugar asustado. Podemos apreciar que “asustado” aparece en esa posición, pero tiene un menor conteo que triste y enojado en el estudiante E2. Para el caso del estudiante E27 hay un menor conteo en la expresión de la felicidad y mayor conteo en la tristeza. Nuevamente, podríamos inferir que un mayor conteo de emociones negativas estaría relacionado con un menor procesamiento cognitivo y menor capacidad para la solución de problemas matemáticos. Es de anotar que los dos estudiantes clasificados en este *esquema* lograron realizar la construcción del OMP con la utilización del *software Cabri 3D*.

En la Fig. 13, el mapa de calor, basado en el conteo de emociones expresadas y sentidas podremos observar lo que ocurrió en el EQ3.

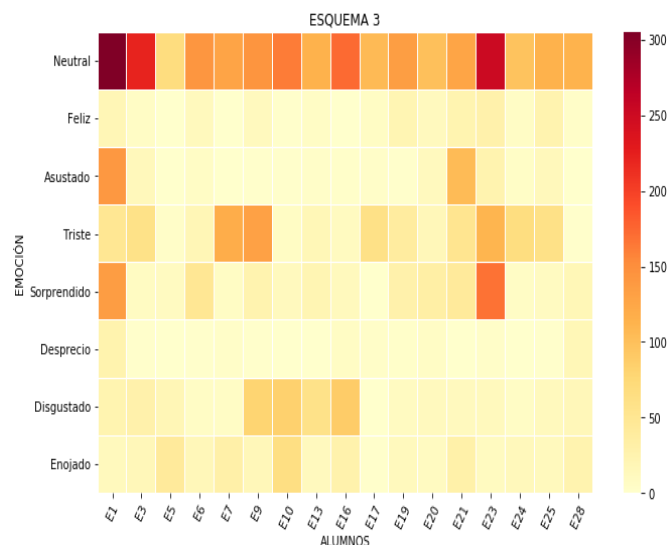


Fig. 13. Mapa de calor de EQ3.

Fuente: Elaborado por Fabricio Vladimir Vines Vines

Se aprecia en la Fig. 13, que nuevamente la emoción más expresada y sentida en EQ3 es la neutral, seguida de tristeza y sorprendido. Por su parte, las de menor conteo fueron desprecio, enojo y felicidad. Es importante notar que el bajo conteo de las emociones negativas en este *esquema* señala un posible mejor control emocional, lo que podría estar vinculado a un alto proceso cognitivo al momento de una solución de problemas matemáticos. Es de notar que los alumnos clasificados en EQ3 lograron realizar la construcción del OMP con el uso lógico del *software Cabri 3D*.

VIII. ANÁLISIS DE LAS RELACIONES ENTRE EMOCIONES Y ESTADOS COGNITIVOS DURANTE LA CONSTRUCCIÓN DEL PARALELEPÍPEDO

A continuación, se describe la relación entre las estructuras de APOE durante la construcción del OMP y el conteo de las emociones expresadas y sentidas por los estudiantes.

En la estructura mental de *acción* del concepto geométrico de la operación de rectas que se manifiesta a través del uso del *software Cabri 3D*, dadas las triplas, el estudiante puede encontrar la manera de representarlas en un espacio en 3D, en forma geométrica, en particular en cualquiera de sus octantes.

Podemos apreciar en la Fig. 14, en el conteo de emociones expresadas y sentidas durante el estado de construcción *acción* del paralelepípedo que el participante E27 incluido en el esquema EQ2, presenta un bajo conteo en la emoción positiva feliz y un alto conteo en triste. Igualmente, en el diagrama

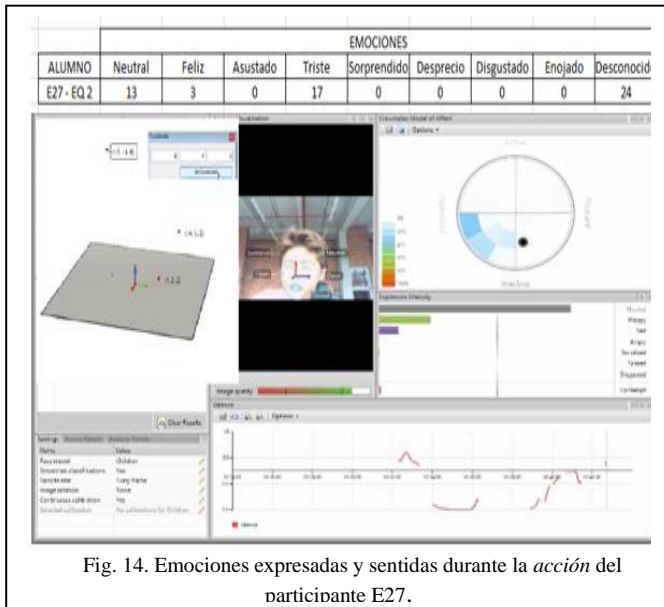


Fig. 14. Emociones expresadas y sentidas durante la *acción* del participante E27.

circunflejo se aprecia mayor actividad en el cuadrante correspondiente a la desactivado/desagradable (triste, deprimido, aburrido) y en transición hacia desactivado/agradable (contenido, sereno, relajado, calmado).

La participante E23 del esquema EQ3 en el estado de construcción *acción* del paralelepípedo, en la Fig. 14, presenta

un mayor conteo general de emociones expresadas y sentidas; al observar la felicidad hallamos un conteo de 15 versus asustado 10 y tristeza 2. Se observa en el diagrama circunflejo de la Fig. 15, una mayor actividad en el cuadrante de desactivado/agradable (contenido, sereno, relajado, calmado).

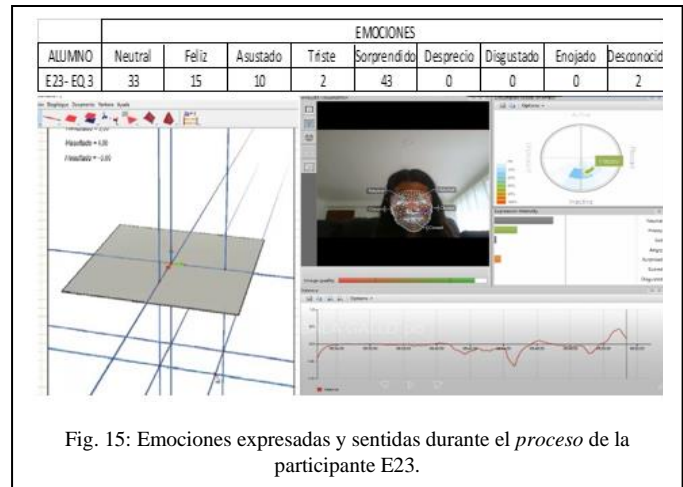


Fig. 15: Emociones expresadas y sentidas durante el *proceso* de la participante E23.

En la estructura mental de *proceso* del concepto geométrico de la operación de semirrectas que se manifiesta a través del uso del *software Cabri 3D*, el estudiante construye los puntos de cada tripleta, utilizando, rectas paralelas y perpendiculares –operándolas indistintamente, con proyecciones–, ubicando el punto de las triplas, con las semirrectas, que salen del origen.

En el desarrollo de la construcción mental *proceso* del paralelepípedo, el participante E27-EQ2 muestra nuevamente un conteo bajo de emociones expresadas y sentidas, igualado en el conteo feliz (1) con tristeza (1). En el diagrama circunflejo de la Fig. 16, observamos que hay fluctuación entre los cuatro cuadrantes y en el momento que se muestra en la imagen el participante se ubica en una transición del cuadrante activado/agradable al cuadrante de activado/desagradable (afectado, estresado, nervioso, tenso).

La participante E23-EQ3, es estado de construcción mental de *proceso* del paralelepípedo presenta un conteo en

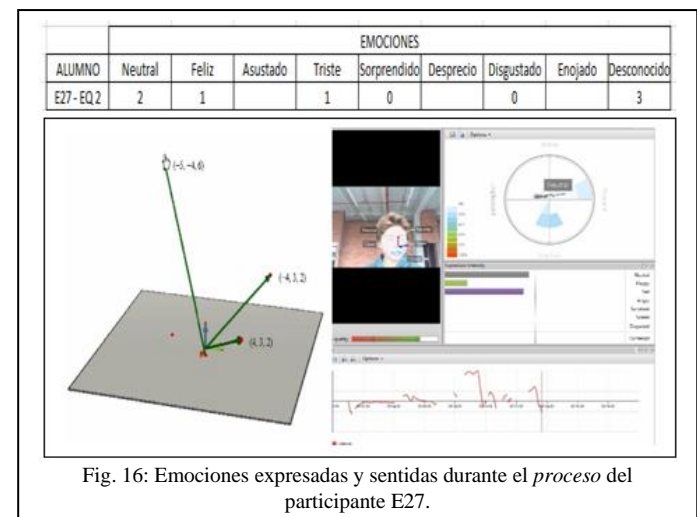


Fig. 16: Emociones expresadas y sentidas durante el *proceso* del participante E27.

emociones expresadas y sentidas más alto que E27-EQ2. Se observa en el diagrama circunflejo de la Fig. 16, una mayor actividad en el cuadrante de desactivado/agradable (Contenido, sereno, relajado, calmado). Apreciamos que hay un mayor conteo en felicidad frente a todas las demás emociones, que podría reflejarse en un mejor procesamiento cognitivo y capacidad de solución del problema matemático.

En la estructura mental de *objeto* del concepto geométrico de la operación de semirectas que se manifiesta a través del uso del *software Cabri 3D*, el estudiante puede discernir sobre la gráfica resultante de la operación de semirrectas a partir de la proyección de estos en el espacio 3D.

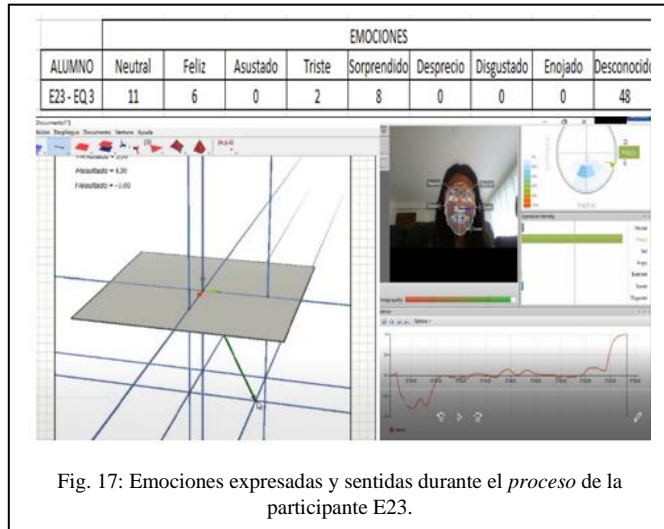


Fig. 17: Emociones expresadas y sentidas durante el *proceso* de la participante E23.

Para el caso de la construcción mental de Objeto del paralelepípedo, observamos en la Figura 18 nuevamente que el participante E27-EQ2 presenta un bajo conteo en emociones expresadas y sentidas, en este caso la felicidad supera en un conteo a la tristeza. En el diagrama circunflejo de la Figura 18, se aprecia mayor actividad en el cuadrante correspondiente a desactivado/desagradable (triste, deprimido, aburrido) y en transición en el límite hacia desactivado/agradable (Contenido, sereno, relajado, calmado).

La participante E23-EQ3 en la construcción mental de *objeto* del paralelepípedo, presenta reiteradamente un mayor conteo general de emociones expresadas y sentidas. Felicidad aparece en 37 veces y al compararla con E27-EQ2 es notoria la diferencia en esta emoción positiva. En el diagrama circunflejo de la Fig. 19, se aprecia actividad en los cuadrantes correspondientes a desactivado/desagradable (triste, deprimido, aburrido) y en transición hacia desactivado/agradable (Contenido, sereno, relajado, calmado).

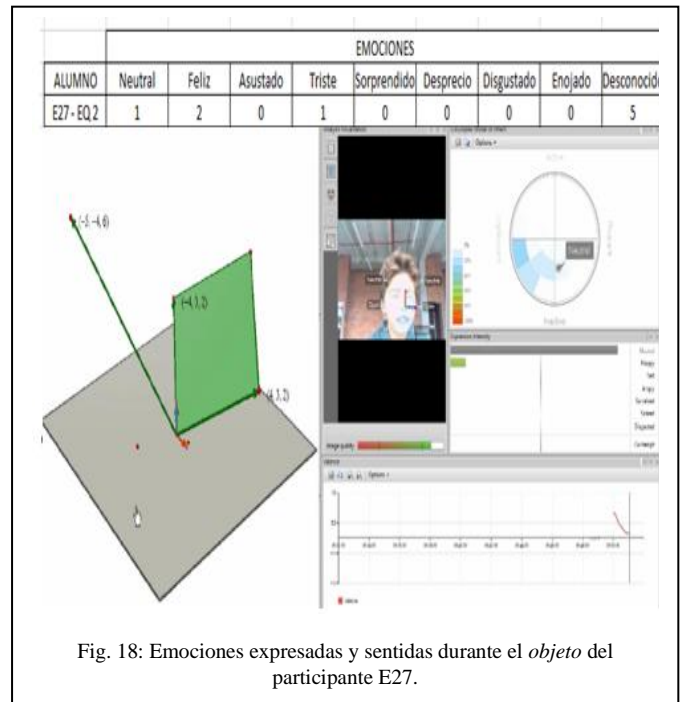


Fig. 18: Emociones expresadas y sentidas durante el *objeto* del participante E27.

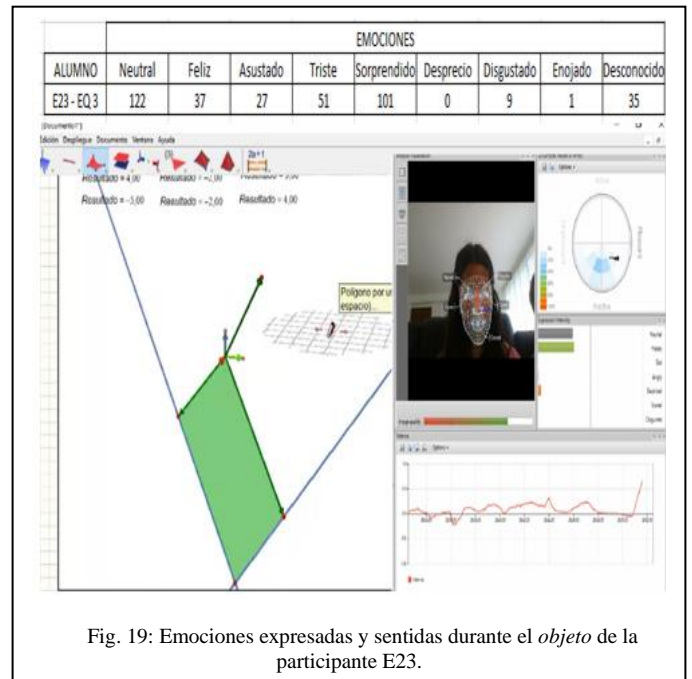


Fig. 19: Emociones expresadas y sentidas durante el *objeto* de la participante E23.

En la construcción mental de *esquema* del concepto geométrico de la operación de semirectas que se manifiesta a través del uso del *software Cabri 3D*, un estudiante puede graficar y clasificar en forma de categorías y aplicar las propiedades resultantes de la operación de semirrectas en el espacio 3D y proyectar las representaciones geométricas de las semirrectas en este espacio.

Para el caso de la construcción *esquema* del paralelepípedo el participante E27-EQ2 presenta una vez más un bajo conteo de emociones sentidas y expresadas, en especial al observar la

felicidad. En el diagrama circunflejo de la Fig. 20, se aprecia mayor actividad en el cuadrante correspondiente a desactivado/desagradable (triste, deprimido, aburrido) y en el límite hacia desactivado/agradable (Contenido, sereno, relajado, calmado). Esto nos permite inferir en este punto del análisis que posiblemente este proceso emocional influya negativamente en su procesamiento cognitivo y la capacidad de solución del problema matemático.

La participante E23-EQ3 en la Fig. 21, continúa con un alto conteo de emociones expresadas y sentidas, en especial la felicidad. En el diagrama circunflejo se aprecia mayor

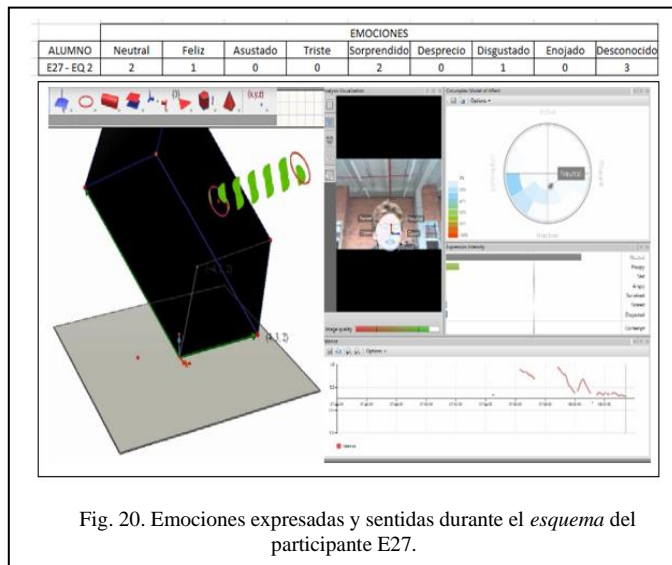


Fig. 20. Emociones expresadas y sentidas durante el esquema del participante E27.

actividad en el cuadrante correspondiente a desactivado/desagradable (triste, deprimido, aburrido) en transición hacia desactivado/agradable (Contenido, sereno, relajado, calmado). Este resultado muestra que tuvo mayor conteo de emociones generales y posiblemente pudo procesarlas de forma más eficiente, esto le permitió un mejor rendimiento cognitivo y capacidad de solución de problemas.

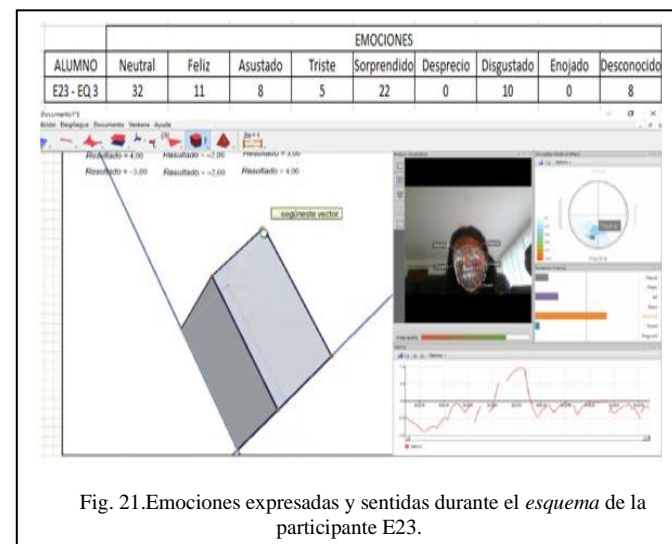


Fig. 21. Emociones expresadas y sentidas durante el esquema de la participante E23.

IX. PRUEBA ESTADÍSTICA DE TUKEY: UN COMPARATIVO ENTRE LOS PROMEDIO DE LOS ESQUEMAS

Con base en la descomposición genética que plantea tres esquemas para la construcción del paralelepípedo a través de rectas. se realizó un análisis estadístico que relaciona las emociones entre pares de esquemas, tanto de frecuencias como de porcentajes. El resultado del análisis se presenta en le Tabla II, en la cual se puede apreciar que no arroja un criterio estadístico de diferencias entre los esquemas.

TABLA II. RESULTADOS DEL ANÁLISIS ESTADÍSTICO ENTRE EMOCIONES Y PARES DE ESQUEMAS.

ESQUEMA	diff	lwr	upr	p adj
EQ2-EQ1	-27,5	-52,05563	-2,94437	0.0238584
EQ3-EQ1	0.06985294	-12,563914	12,70362	0.9999062
EQ3-EQ2	27,569853	3,871793	51,26791	0.0179101

Entendida la prueba de Tukey como aquella capaz de comparar dos poblaciones desde la significancia de la diferencia entre las medias; bajo un error admisible. Entonces, desde la Tabla II puede concluirse que los resultados entre los EQ2-EQ1 y EQ3-EQ2 pueden considerarse iguales con un nivel de significación del 5%, dado que su Valor-p ajustado es inferior a este error máximo permitido, más no así el comparativo entre EQ3 y EQ1 donde sus resultados indican que ambas poblaciones son muy diferentes.

Al analizar cada esquema en el gráfico de frecuencias de las Fig. 22, 23 y 24 se observa que las longitudes de las barras significan la mayor discrepancia o no con respecto a la caracterización de la diferencia entre las emociones, si las barras están moviéndose hacia la derecha o hacia la izquierda, pues logran salirse por completo del cero, es decir, las que estén más alejadas del cero, significa que hay más diferencia entre las emociones que se estén relacionando, ahora si las barras muestran que son más cortas, lo cual se refleja en grafico EQ3 de la Fig. 24, por lo se puede decir que la discrepancia estadística es menor, en otras palabras, hay más certeza de que esas medias y esas diferencias de medias están bien estimadas, o sea que las emociones presentadas en el EQ3 son más confiables.

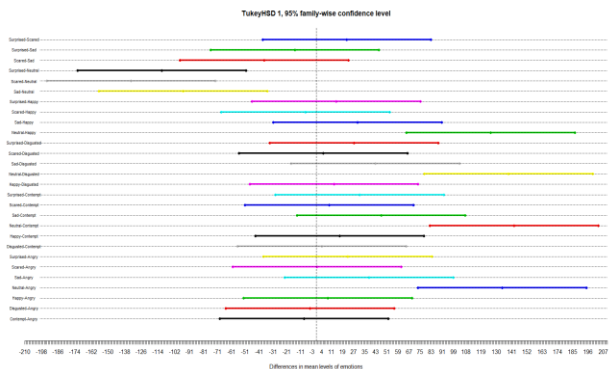


Fig. 22. Gráfico de Frecuencias para 10 Estudiantes en estado de construcción EQ1.

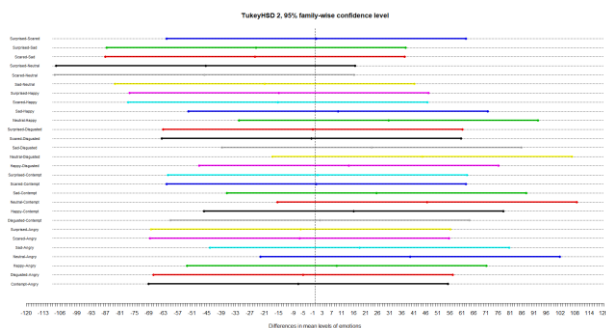


Fig. 23. Gráfico de Frecuencias para 2 Estudiantes en estado de construcción EQ2.

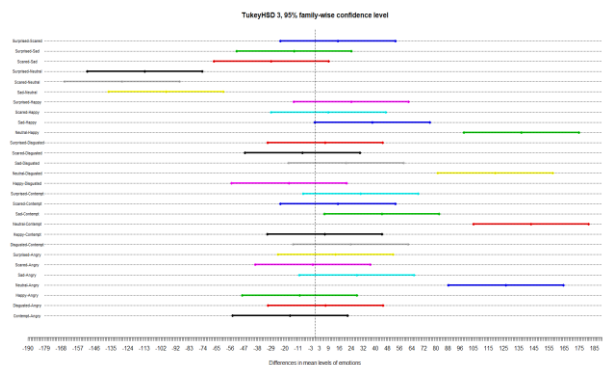


Fig. 24. Gráfico de Frecuencias para 17 Estudiantes en estado de construcción EQ3.

De acuerdo con los gráficos de las Fig. 22, 23 y 24, donde se comparan las emociones entre los esquemas, podemos concluir que los datos obtenidos en el esquema EQ3 son más homogéneos, ya que el intervalo mostrado en los segmentos de estos esquemas refleja una menor amplitud en este y están más concentrados con respecto al promedio. Aplicado al campo del análisis de las emociones lo anterior nos señala que los participantes que alcanzan la construcción con base en EQ3 son sujetos posiblemente más modulados emocionalmente.

X. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Con base en nuestra definición propuesta de Neuromatemáticas y la investigación realizada podemos considerarla como una disciplina científica que estudia la aplicación de los conocimientos y avances de la neurociencia sobre los mecanismos cerebrales asociados al aprendizaje de las matemáticas. Asociando esta definición con la teoría cognitiva APOE, en donde para esta investigación se han establecido tres *esquemas* en la construcción del OMP, que están en relación con las emociones de los alumnos en el EQ3, se puede observar una mayor elaboración cognitiva en el *proceso* de construcción del OMP.

La relación de las estructuras mentales *acción*, *proceso*, *objeto* y *esquema* dadas en la construcción del OMP, se fortalecen con los mecanismos mentales y son la base fundamental para relacionar los momentos en los cuales se pasa de una estructura mental simple a otra más compleja. Con base en esta investigación se fortalece la relación entre las estructuras mentales identificadas y las emociones que han primado en cada uno de los *esquemas*. Esta relación de la

teoría APOE en concordancia con lo que la Neuromatemática nos señala sobre las emociones, fundamenta los procesos pedagógicos y didácticos dados en la enseñanza y aprendizaje de la geometría –en este caso del OMP–.

En el análisis comparativo de los *esquemas* frente a la expresión emocional es relevante la diferencia que se observa en la dispersión estadística, siendo el EQ3 el que evidencia una mayor homogeneidad asociada a una posible más eficiente capacidad de modulación emocional frente a la solución de problemas geométricos en los sujetos incluidos en dicho esquema.

Se evidencia una relación entre el conteo de emociones positivas (felicidad), la capacidad de modulación emocional y la elaboración cognitiva en los alumnos que alcanzan el EQ3.

Los alumnos que evocan en la construcción del OMP los componentes de EQ3 muestran un mayor control ejecutivo en sus emociones y para la elaboración cognitiva. Esto indica la posibilidad de una mayor maduración temprana de la corteza ejecutiva. Lo anterior pone de relieve la importancia de la estimulación temprana en control de emociones, solución de problemas y aprendizaje matemático.

REFERENCIAS

- [1] J. Pinel, "Biopsicología", Bogotá: Pearson, 2007.
- [2] D. Redolar, "Neurociencia: la génesis de un concepto multidisciplinar", vol. 29(6), Barcelona: Rev Psiquiatría Fac Med Barna, 2002, pp. 346-352.
- [3] C. Escera, "Aproximación histórica y conceptual a la neurociencia cognitiva", Revista cognitiva, vol. 16, Barcelona: Fundación Infancia y Aprendizaje, 2004, pp. 1-20.
- [4] J. Fuster, "CEREBRO Y LIBERTAD", Barcelona: Ariel, 2014, pp. 1-375.
- [5] J. Fuster, "Cortex and Mind: Unifying Cognition", Nueva York: Oxford University Press, 2003.
- [6] M. Bejar, "Una mirada sobre la educación, neuroeducación. Padres y Maestros", Madrid: Universidad Pontificia Comillas, 2014, pp. 49-52.
- [7] F. Mora, "Neurocultura. Una cultura basada en el cerebro", Madrid: Alianza, 2007, pp. 1-178.
- [8] R. Paterno, "Neurocultura". hallado por Meléndez (2009) en <http://www.plandecenal.edu.co/comunidades>, [Accedido: 7-feb-2018], 2008.
- [9] L. Meléndez, "Neurodidáctica y el desarrollo de las funciones ejecutivas". VIII Congreso Educativo: El sentido de la Educación en un Mundo en Crisis. Universidad Interamericana de Costa Rica. Recuperado de: https://nanopdf.com/download/neurodidactica-y-el-desarrollo-de-las_pdf: [Accedido: 19-abril-2020], 2009.
- [10] J. Gascón, "Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, Recherches en didactique des Mathématiques, 1998, pp. 7-33.
- [11] A. D. M. Immordino-Yang, "We Feel, Therefore We Learn: The Relevance of Affective and Social Neuroscience to Education", Brain: Education, 2007, pp. 3-10.
- [12] L. Vygotsky, "Teoría de la Emociones. Estudio Histórico-Psicológico", Madrid: AKAL, 2004, pp. 1-260.
- [13] E. Dubinsky, "Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking", Dordrecht: DO Tall, 1991, pp. 95-123.
- [14] L. Zabala-Jaramillo, "Construcciones y Mecanismos mentales para implementar y desarrollar el concepto de los vectores en tres dimensiones

(3D) mediante el apoyo de la herramienta Cabri para el cálculo de volúmenes". Tesis Doctoral, Valparaíso: Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, 2015.

- [15] P. Ekman., "Universal Facial Expression of Emotion", vol. 8, California: Mental Health Research Digest, 1970, pp. 151-158/.
- [16] P. Ekman y W. Friesen, "A new pan-cultural facial expression of emotion. Motivation and Emotion", vol. 10, Los Angeles, 1986, pp. 159-168.



Juan David Giraldo Rojas, es magister en relaciones internacionales Iberoamericanas de la Universidad Rey Juan Carlos de España, tiene certificación internacional en Neurociencias Cognitivas, es especialista en pedagogía y profesional en Psicología. Es investigador del grupo de investigación "Psicología y procesos clínicos sociales 2" reconocido por el Ministerio de la Ciencia en Colombia, sus trabajos de investigación y publicaciones se inscriben en los campos de la Psicología, neurociencia cognitiva, criminalística y Psicología jurídica y forense. Es profesor universitario de pregrado y posgrado en materias como psicobiología, pensamiento y lenguaje, Psicología jurídica. Se ha desempeñado como jefe del pregrado de Psicología, coordinador del laboratorio de neurociencias y actualmente es profesor de tiempo completo del programa de psicología.

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7259-052X>



Luis Albeiro Zabala Jaramillo, es Doctor en Didáctica de la Matemática, profesor tiempo completo e investigador en Didáctica de la Matemática y Neuromatemática de la Universidad de Medellín (UdeM), Colombia. A dirigido más de noventa tesis en la maestría de educación en la línea de Didáctica de la Matemática, así como en la maestría y Doctorado en Modelación y Computación Científica en la línea de Neuromatemática, es miembro del Comité latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME) del Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática (CIDIMAT), ha sido organizador del varios congresos en la UdeM, tales como el Congreso de Formación y Modelación en Ciencias Básicas, la Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme32), del IV Congreso de Cabriworld y VII Congreso Iberoamericano de Cabri 2014 y del Congreso Internacional de Cabri UdeM.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1130-4734>



Marcela Cecilia Parraguez González, es Doctora en Matemática Educativa, profesora titular e investigadora en Didáctica de la Matemática de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (PUCV), Chile. Sus publicaciones y proyectos de investigación se inscriben en la línea de Pensamiento Matemático Avanzado, Formación de Profesores y Resolución de Problemas. Ocupó un cargo directivo en la Sociedad Chilena de Educación Matemática (SOCHIEM) y directora del Postgrado en Didáctica de la Matemática de la PUCV. Actualmente es integrante del consejo directivo del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa (CLAME) y Directora del Instituto de Matemáticas de la PUCV.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6164-3056>