




Estimación de la Dirección de Llegada (DOA) MUSIC y CAPON Utilizando Arreglos Dispersos

Direction of Arrival (DOA) Estimation: MUSIC and CAPON Algorithms Using Sparse Arrays

A. Bonilla-Garces  ; O. D. Ossa-Molina  ; F. E. López 

DOI: 10.22517/23447214.25240

Scientific and technological research paper

Abstract— Estimating the direction of arrival (DOA) is crucial for signal localization in various applications including wireless communications, mobile communications, radar, sonar, and smart antenna technology. This study investigates the performance of the MUSIC (Multiple Signal Classification) and CAPON algorithms for DOA estimation utilizing different array geometries. The incorporation of sparse arrays aims to enhance DOA estimation performance in terms of robustness (addressing mutual coupling effects) and degrees of freedom (resolving sources as effectively as possible with the same number of array elements). Through simulations, we compare the DOA estimation performance of various arrays, such as Uniform Linear Array (ULA), Coprime, Cascaded, and Nested arrays. Additionally, we demonstrate that the choice of array geometry can impact the performance of DOA algorithms. The results present pseudo spectra for DOA estimation methods across all considered array configurations. This study endeavors to identify the algorithm that delivers superior accuracy across different array configurations, which holds significant implications for practical applications requiring precise DOA estimation.

Index Terms— Sparse lineal arrays, uniform lineal arrays (ULA), DOA estimation, MUSIC, CAPON.

Resumen— La estimación de la dirección de llegada (DOA) es crítica para la localización de señales en diversas aplicaciones como comunicaciones inalámbricas, comunicaciones móviles, radar, sonar y tecnología de antenas inteligentes.

Anderson B. Garcés es estudiante del Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia 050013

(e-mail: Anderson-bonilla281006@correo.itm.edu.co).

Oscar Ossa Molina es profesor del Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones, miembro del Grupo de Investigación Automática, Electrónica y Ciencias Computacionales del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), Medellín, Colombia 050013

(e-mail: oscarossa@itm.edu.co).

Francisco E. López es profesor del Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones y miembro del Grupo de Investigación GRITAD del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), Medellín, Colombia 050013 (email: francisolopez@itm.edu.co).

Fecha de Recepción: 07 de diciembre de 2022 Fecha de Aceptación:

En este trabajo se estudian las prestaciones de los algoritmos MUSIC (Multiple Signal Classification) y CAPON en la estimación DOA utilizando diferentes geometrías. La inclusión de arrays dispersos tiene como objetivo mejorar el rendimiento de la estimación DOA en términos de robustez (efectos de acoplamiento mutuo) y grados de libertad (resolver las fuentes tanto como sea posible con el mismo número de elementos en el array). En la simulación, comparamos el rendimiento de estimación DOA de diferentes arrays, como el Array Lineal Uniforme (ULA), Coprime, Cascaded y Nested arrays. Además, mostramos que el rendimiento de los algoritmos DOA puede verse afectado por la elección de la geometría del array. Los resultados muestran los pseudoespectros de los métodos de estimación DOA utilizando todas las configuraciones de array consideradas. Este estudio intenta determinar qué algoritmo proporciona mejores resultados en términos de precisión utilizando diferentes configuraciones de array, lo que podría tener implicaciones significativas en aplicaciones prácticas que requieran una estimación DOA precisa.

Palabras Claves— Arreglos dispersos lineales, arreglos uniformes lineales (ULA), estimación DOA, MUSIC, CAPON.

I. INTRODUCCIÓN

Estimar la dirección de llegada de señales en forma de ondas electromagnéticas que inciden en un conjunto de antenas o sensores es de gran importancia para los sistemas de comunicaciones inalámbricas actuales. La estimación del DOA es de gran aplicación para la radioastronomía, para estimaciones sísmicas, seguimiento por radar, en el sonar, en aplicaciones biomédicas como la telemedicina, en procesamiento de señales acústicas, procesamiento de señales acuáticas y en las comunicaciones móviles (5G), SDMA, CDMA y GSM; entre otros [1]. El DOA permite aumentar la ganancia de la antena, mitigar fenómenos de interferencia intersimbólica, mitigar los problemas de desvanecimiento de la propagación multitrayecto aumenta la zona de cobertura de la señal, entre otras ventajas [13]. Se han desarrollado numerosos algoritmos para estimar la dirección de llegada de señales.



El algoritmo de clasificación de señales múltiples (MUSIC) propuesto por Schmidt en 1986, es un algoritmo que estima el DOA utilizando la propiedad de que el sub-espacio de la señal es ortogonal al sub-espacio del ruido [2]. Utilizando la propiedad anterior, podemos obtener el espectro para el DOA incidente, encontrar el valor del pico, y estimar el DOA de la señal incidente en el conjunto de sensores [2]. Sin embargo, el algoritmo MUSIC es computacionalmente más robusto porque busca todos los ángulos azimutales. Para superar las desventajas de la complejidad computacional del algoritmo MUSIC, se implementa un método de estimación de llegada sin búsqueda como lo es el algoritmo CAPON. Ambos algoritmos DOAs se adaptarán a arreglos no uniformes que brindan mayor precisión y resolución que los arreglos lineales uniformes.

En este trabajo se propone estudiar y comparar el rendimiento de los algoritmos MUSIC y CAPON para la estimación de dirección de llegada (DOA) de señales mediante el lenguaje de programación Python. Estos algoritmos se adaptarán a diferentes geometrías de arreglos de antenas. Se hará uso de los arreglos lineales uniformes (ULA), de los arreglos anidados o Nested arrays que son el tipo de arrays en los que los elementos de la antena no están colocados a una distancia uniforme. También se hará uso de los arreglos en cascada o cascade arrays y de los arreglos de matrices coprimas o coprime arrays.

En la sección II se presentan los preliminares teóricos de la investigación. En la sección III se describe la formulación de las geometrías de las antenas estudiadas. Seguidamente, en la sección IV se describen los algoritmos y métodos de estimación DOA. En la sección V se presenta la comparación de los resultados simulados y, por último, en la sección VI se muestran las conclusiones.

II. PRELIMINAR

Sharma et al. y Zhang et al. explicaron que la estimación de la DoA se ve afectada tanto por el comportamiento de las señales entrantes como por el entorno de estimación [3], [4]. Los principales factores que afectan a la resolución del ángulo de llegada (AoA) estimado son: la relación señal/ruido (SNR), la apertura del arreglo, la distancia entre fuentes, el número de instantáneas, la coherencia de las fuentes de señal, la distancia entre elementos y el número de elementos del sensor, entre otros.

La evaluación del rendimiento de cualquier algoritmo de estimación de la DoA puede llevarse a cabo variando uno o más de estos parámetros.

1) *Relación señal/ruido (SNR)*: La relación señal-ruido, S/N o SNR (Signal-to-Noise Ratio) por sus siglas en inglés, es la relación que existe entre la potencia medida en [dB] de la señal que es transmitida y la potencia del ruido que se adhiere a dicha señal. Cuanto mayor sea el valor del SNR de cualquier enlace de comunicaciones, mejor será su rendimiento en términos de tasa de error de bits (BER) e interferencia entre símbolos (ISI).

2) *Arreglo de antenas*: Un arreglo de antenas es un conjunto de elementos simples, por lo general iguales y orientados en una misma dirección, que poseen una disposición física determinada, relativamente cercanos entre sí. Cada elemento es manejado por un mismo sistema de separación de la señal, que permite modificar el patrón de radiación y aumentar la ganancia. El campo electromagnético producido por un arreglo está determinado por su geometría y excitación. Geométricamente se clasifican en: Lineal, planar, o volumétrico; por su excitación en: Uniforme, binomial, coseno-pedestal, Fourier, o Chebyshev.

3) *Número de elementos*: El número de elementos del arreglo se denota con la letra N. Así, para un arreglo con N elementos, el número máximo de grados de libertad (DOF) es [6]:

$$DOF_{max} = N(N - 1) + 1 \quad (1)$$

Al parecer, cuanto mayor sea el número de elementos del arreglo, mejor será el rendimiento del mismo en términos del DOF.

4) *Antena inteligente*: Una antena inteligente es un dispositivo que combina un arreglo de antenas (arrays) con una unidad de procesamiento digital de señales (DSP). Las antenas inteligentes garantizan un mejor tratamiento de la señal y una mayor eficiencia con respecto a la transmisión y recepción de las antenas convencionales, ya que una antena inteligente cuenta con patrones de radiación dinámicos.

5) *Modelo de señal*: La matriz de covarianza $R_{xx} = E[x(t)x^H(t)]$ es una Matriz Hermitiana-Toeplitz [7], y después de realizar la descomposición propia de esta matriz, tenemos:

$$R_{xx} = AU A^H \quad (2)$$

Donde A es una matriz unitaria cuyas columnas son llamadas los vectores propios y $U = \text{diag}([\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N])$ es una matriz diagonal, donde $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ se llaman los valores propios. Considerando que el sistema adquiere ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN) con media 0 y varianza $\sigma_n^2 I_N$, el ruido se expresa como $n(t) \approx CN(0, \sigma_n^2 I_N)$ [6]. La matriz de covarianza R_{xx} se puede descomponer en dos partes que consisten en el sub-espacio de la señal y el sub-espacio del ruido, que son ortogonales entre sí por separado; por lo tanto:

$$R_{xx} = A_S U_S A_S^H + A_N U_N A_N^H \quad (3)$$

6) *Dirección de llegada (DOA)*: El DOA es una técnica de procesamiento digital de señales para antenas inteligente.

La necesidad de estimar la dirección de llegada surge de localizar y rastrear fuentes de señales en aplicaciones civiles y militares, como la búsqueda y el rescate. Se han desarrollado varias teorías y técnicas para el procesamiento de señales de array relacionadas con las estimaciones de DOA. Dado que la dirección hacia los objetivos suele expresarse mediante la dirección de llegada (DOA) de las señales transmitidas, la determinación de la dirección de llegada (DOA) de cualquier señal es de vital

importancia para los ingenieros eléctricos que trabajan en aplicaciones civiles y tácticas de radar y comunicaciones. La estimación de la dirección de llegada (DOA) se refiere a la estimación de las señales direccionales en forma de ondas electromagnéticas o acústicas que inciden en un sensor o conjunto de elementos. La estimación de la DOA se utiliza para localizar y rastrear fuentes de señales en aplicaciones civiles y militares.

III. GEOMETRÍAS O ARREGLOS

(1) *ULA array*: Un arreglo lineal uniforme (ULA) está formado por N elementos idénticos y omnidireccionales que están alineados e igualmente espaciados en una línea recta, como se muestra en la figura 1. En la figura se observa que la señal procedente de la fuente incide en los elementos del arreglo lineal uniforme con un ángulo θ_0 . Considerando el frente de onda plano para una señal de campo lejano, la diferencia de trayectoria para dos elementos adyacentes tiene una longitud de trayectoria $d \sin \theta_0$ [6].

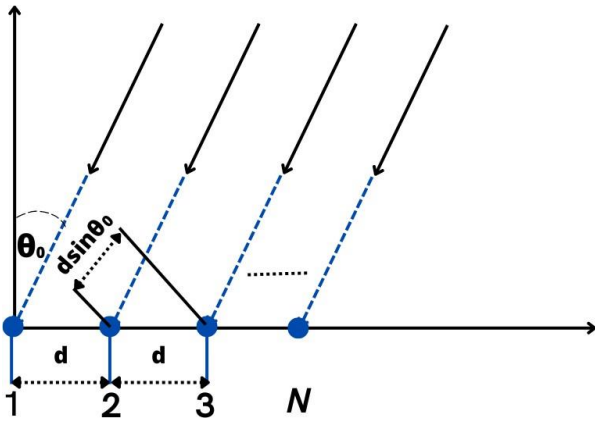


Fig. 1. Arreglo Lineal Uniforme con N elementos espaciados d unidades [6]

La velocidad a la que se propaga la señal es la velocidad a la cual se propaga una onda electromagnética en el vacío, c , y, por tanto, el tiempo de retardo para que la señal llegue al elemento adyacente es [6]:

$$\tau = \frac{d \sin \theta_0}{c} \quad (4)$$

Consideramos que la señal es de banda estrecha y tiene una frecuencia f . La diferencia de fase entre dos elementos es [6]:

$$\phi = \omega \tau \quad (5)$$

$$\phi = 2\pi f \tau \quad (6)$$

$$\phi = 2\pi f \tau \frac{d \sin \theta_0}{c} \quad (7)$$

$$\phi = 2\pi \frac{d \sin \theta_0}{\lambda} \quad (8)$$

Si la señal entrante es denotada por una función $s(t)$, el retardo de la fase de dicha señal entrante que llega al elemento adyacente está denotado por [6]:

$$s(t)e^{j\omega(t-\tau)} = s(t)e^{j(\omega t - \phi)} \quad (9)$$

Así, para el primer elemento ($N=1$) la señal recibida es $s(t)e^{j\omega t}$ y para el segundo elemento ($N=2$) la señal es $s(t)e^{j\omega t - j\phi}$ correspondiente al retardo de la ecuación (1). En forma similar, para los elementos $N=2, 3, 4$, etc., la señal recibida puede expresarse como:

$$s(t)e^{j\omega t} e^{-j(N-1)\phi} \quad (10)$$

Así, expresamos todas las señales recibidas por el ULA y expresándolas en forma de matriz, la señal recibida puede expresarse como:

$$x(t)s = s(t)e^{j\omega t} [1, e^{-j\phi}, \dots, e^{-j(N-1)\phi}] \quad (11)$$

La ecuación (8) se puede escribir de forma expandida de la siguiente manera:

$$x(t)s = s(t)e^{j\omega t} [1, e^{-j\frac{2\pi d \sin \theta_0}{\lambda}}, \dots, e^{-j\frac{2\pi(N-1)d \sin \theta_0}{\lambda}}] \quad (12)$$

Ignorando la componente de la portadora, tenemos que las señales recibidas en el ULA son:

$$x(t) = s(t)e^{j\omega t} [1, e^{-j\frac{2\pi d \sin \theta_0}{\lambda}}, \dots, e^{-j\frac{2\pi(N-1)d \sin \theta_0}{\lambda}}] \quad (13)$$

$$x(t) = s(t)a(\theta_0) + n(t) \quad (14)$$

El componente de desplazamiento de fase se denomina como el vector de direccionamiento, que es una función del ángulo de llegada de la señal θ_0 . $n(t)$ representa el vector de ruido blanco gaussiano de media cero con varianza $\sigma_n^2 I_N$, donde σ_n^2 es la potencia del ruido. La separación entre elementos d , la longitud de onda de la señal y el número de elementos del ULA N [6].

(2) *Coprime array*: Un convencional coprime array [10] consiste de dos subarrays lineales uniformes con una separación Md y Nd , respectivamente. Hay N sensores en el primer subarray y M sensores en el segundo subarray. M y N son números enteros coprimos, es decir, $\gcd(M, N) = 1$, y d es la unidad de separación entre elementos. Para evitar el aliasing espacial, d se suele fijar en $\lambda/2$, donde λ es la longitud de onda de las señales de banda estrecha que inciden.

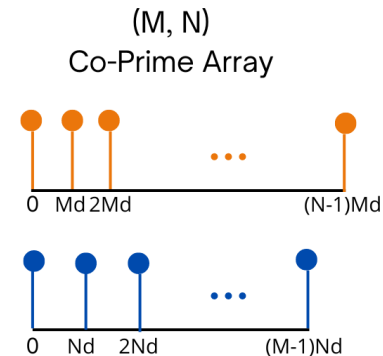


Fig. 2. configuración de un convencional Coprime array [10]

Los sensores en el convencional coprime array están distribuidos teniendo en cuenta lo siguiente:

$$Pc = \{Mnd\} \cup \{Nmd\} \quad (15)$$

Donde $0 \leq n \leq N - 1$ y $0 \leq m \leq M - 1$. Dado que los primeros sensores de estos dos sub arreglos lineales uniformes están ubicados conjuntamente, el número de sensores en el coprime array convencional es $M + N - 1$.

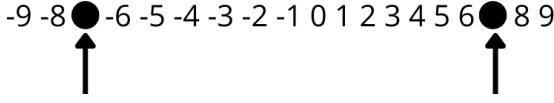


Fig. 3. El difference co-array de un convencional Coprime array [10]

El correspondiente difference co-array generado por esta configuración se puede expresar como:

$$Dc = \{Mnd - Nmd\} \cup \{Nmd - Mnd\} \quad (16)$$

Donde $0 \leq n \leq N - 1$ y $0 \leq m \leq M - 1$. La Fig. 3 muestra un ejemplo del difference co-array generado por un convencional coprime array, con $M = 3$ y $N = 4$. Podemos ver “agujeros” en el difference co-array, lo que impide su aplicación directa en muchas aplicaciones prácticas, incluyendo algunos casos de estimación DOA que utilizan la técnica de suavizado espacial [11] para des correlacionar las señales coherentes.

(3) *Nested array*: Los arreglos anidados o nested arrays son una combinación de dos ULAs con un espaciamiento creciente entre los sensores, como se muestra en la Fig. 4. La separación entre elementos en el nested array es de la siguiente forma: $[0, 0.1\lambda, 0.2\lambda, \dots, 0.1(M_1 - 1)\lambda]$, $[0.1(M_1 - 1)\lambda + 0.2\lambda, 0.1(M_1 - 1)\lambda + 0.4\lambda, \dots, 0.1(M_1 - 1)\lambda + 0.2(M_2 - 1)\lambda]$ y $[0.2\lambda, 0.4\lambda, \dots, 0.2(M_2 - 1)\lambda]$, donde M_1 y M_2 son el número de elementos en el arreglo 1 y 2, y $M_1 + M_2 = M$, donde M es el número total de elementos del arreglo [13].

Nested Array
N1=3, N2=3



Fig. 4. Nested array (N1=3, N2=3). difference co-array de dos arreglos que contienen el mismo ULA [12]

(4) *Cascade array*: Un array en cascada se compone esencialmente de un ULA y un array lineal no uniforme. A través de un análisis teórico, el co-array de diferencias del array en cascada óptimo diseñado no tiene agujeros y puede proporcionar más DOFs que algunas estructuras de array de sensores de última generación. Es decir, manifiesta una capacidad de resolución reforzada.

IV. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DOA

(1) *Método de estimación DOA MUSIC*: MUSIC es un acrónimo que significa Clasificación de Señales Múltiples. Este

enfoque fue planteado por primera vez por Schmidt en el año 1986 [5] y es un método popular de alta resolución para la estimación de dirección de llegada de múltiples señales. El algoritmo MUSIC es una técnica basada en sub-espacios que promete proporcionar estimaciones no sesgadas del número de señales, los ángulos de llegada y la densidad espectral de potencia de cada una de las formas de onda. MUSIC asume que el sub-espacio del ruido de cada canal no está correlacionado con el sub-espacio de la señal de interés [8]. Este algoritmo se basa en la descomposición de la matriz de covarianza de la señal recibida $x(t)$. Entonces, la salida produce un sub-espacio de la señal y el sub-espacio del ruido que son ortogonales entre sí, y estos sub-espacios se utilizan para derivar la función del espectro espacial que luego se traza contra el rango de exploración del ángulo azimutal para encontrar el pico o lo que también se llama el DOA de la señal[6].

El pseudoespectro de la señal del algoritmo MUSIC está dado por la siguiente ecuación:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)A_nA_n^H a(\theta)} \quad (17)$$

En la figura 5 se muestra el pseudoespectro del algoritmo MUSIC de 5 señales que inciden en un arreglo tipo ULA de 8 elementos con una separación entre elementos de 0.5λ .

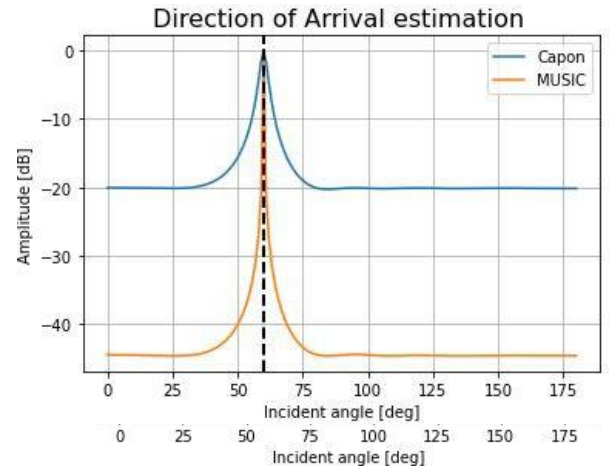


Fig. 5. MUSIC pseudoespectro para $\theta_1=20^\circ$, $\theta_2=56^\circ$, $\theta_3=86^\circ$, $\theta_4=111^\circ$ y $\theta_5=145^\circ$

(2) *Método de estimación DOA CAPON*: La estimación de DOA de Capon se conoce como respuesta sin distorsión de varianza mínima (MVDR). También es una estimación de máxima verosimilitud de la potencia que llega desde una dirección mientras todas las demás fuentes son consideradas como interferencia. Así, el objetivo es maximizar la relación señal-interferencia (SIR) mientras pasa la señal de interés sin distorsión de fase y amplitud.

El pseudoespectro de la señal del algoritmo CAPON [8] está dado por la siguiente ecuación:

$$P_{CAPON}(\theta) = \frac{1}{a^H(\theta)R_{XX}^{-1} a(\theta)} \quad (18)$$

En la figura 6 se muestra el pseudoespectro del algoritmo CAPON de 5 señales que inciden en un arreglo tipo ULA de 8 elementos con una separación entre elementos de 0.5λ .

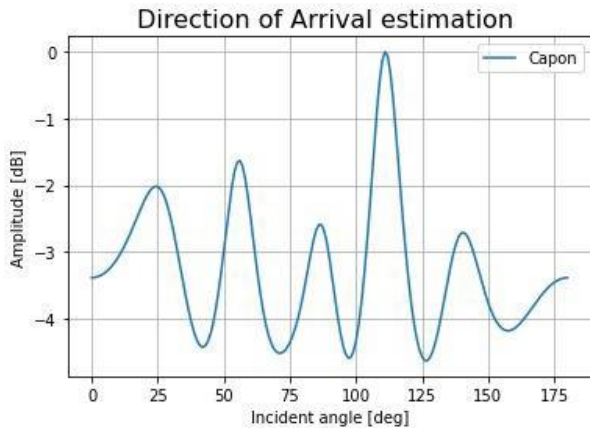


Fig. 6. CAPON pseudoespectrum para $\theta_1=20^\circ$, $\theta_2=56^\circ$, $\theta_3=86^\circ$, $\theta_4=111^\circ$ y $\theta_5=145^\circ$

V. COMPARACIÓN ENTRE MUSIC Y CAPON

En la figura 7 se muestra la comparación del pseudoespectro de los algoritmos DOAs, MUSIC y CAPON de una señal que llega con un ángulo de 60° en un arreglo tipo ULA de 10 elementos físicos con un difference co-array de 19 elementos virtuales y una separación entre elementos de 0.5λ .

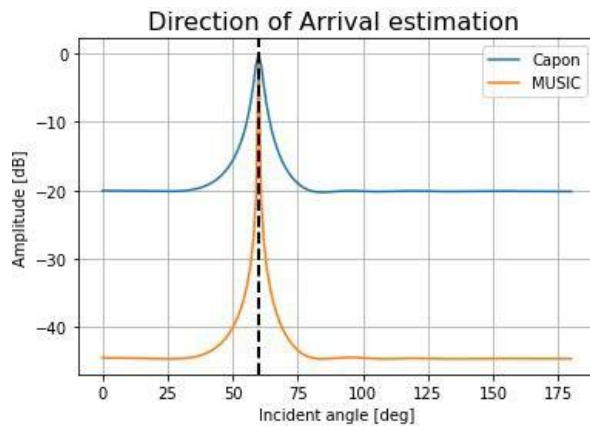


Fig. 7. DOA MUSIC y CAPON ULA ARRAY $\theta=60^\circ$

En la figura 8 se muestra la comparación del pseudoespectro de los algoritmos DOAs, MUSIC y CAPON de una señal que arriba con un ángulo de 60° en un arreglo tipo coprime con $N = 6$ en el primer subarray y $M = 7$ en el segundo subarray, 12 elementos físicos con un difference co-array de 52 elementos virtuales y separación entre elementos de 0.5λ .

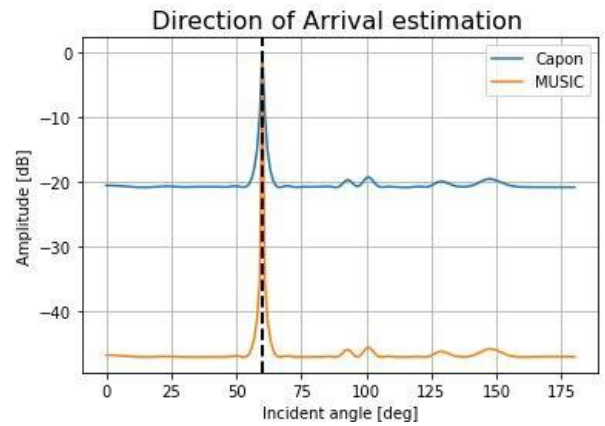


Fig. 8 DOA MUSIC y CAPON COPRIME ARRAY $\theta=60^\circ$

En la figura 9 se muestra la comparación del pseudoespectro de los algoritmos DOAs, MUSIC y CAPON de una señal que llega con un ángulo de 60° en un arreglo tipo nested con $N_1 = 10$ en el primer subarray y $N_2 = 12$ en el segundo subarray, con distancias entre elementos $d_1 = 0.5\lambda$ y $d_2 = (N_1 + 1)d_1$.

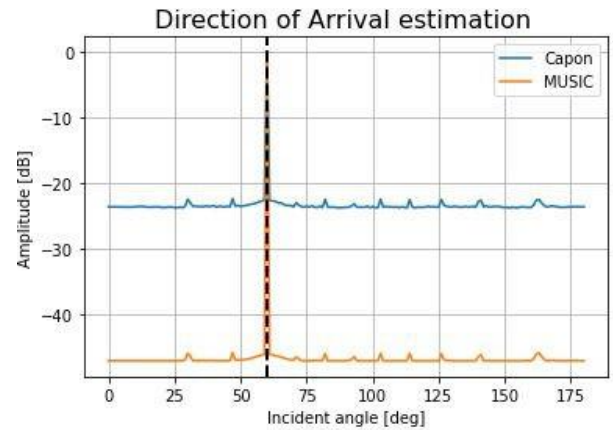


Fig. 9. DOA MUSIC y CAPON NESTED ARRAY $\theta = 60^\circ$

En la figura 10 se muestra la comparación del pseudoespectro de los algoritmos DOAs, MUSIC y CAPON de una señal que llega con un ángulo de 60° en un arreglo tipo cascade con 7 elementos físicos, con un difference co-array de 35 elementos virtuales y una separación entre elementos de 0.5λ .

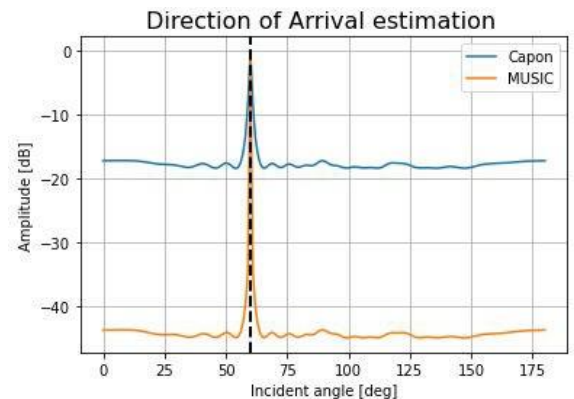


Fig. 10. DOA MUSIC y CAPON CASCADE ARRAY $\theta=60^\circ$

VI. CONCLUSIONES

Tras la comparación del rendimiento entre los algoritmos DOAs MUSIC y CAPON, se constató una similitud notable en su eficiencia espectral. Ambos demostraron una capacidad similar para adaptarse a diferentes arreglos, lo que resalta su versatilidad y aplicabilidad en una variedad de configuraciones de antenas. Además, se evidenció que ambos algoritmos son menos susceptibles al ruido en comparación con otros métodos DOAs, lo que sugiere una mayor robustez en entornos ruidosos o interferidos. Sin embargo, se destacó una diferencia significativa en las amplitudes de los espectros generados por cada algoritmo. Esta disparidad podría atribuirse a las diferencias en la manera en que cada algoritmo maneja la relación señal- ruido y la supresión de la interferencia. Es crucial considerar esta discrepancia al seleccionar el algoritmo más adecuado para una aplicación específica. Mientras que el algoritmo MUSIC podría sobresalir en ciertos escenarios debido a su alta resolución angular, el CAPON podría ser preferible en otros contextos debido a su capacidad para maximizar la relación señal-interferencia y su respuesta sin distorsión de varianza mínima. En resumen, aunque ambos algoritmos comparten similitudes en su desempeño general, sus diferencias en términos de amplitud espectral pueden influir en su idoneidad para diferentes aplicaciones y escenarios operativos.

Los resultados revelaron que los algoritmos DOAs, MUSIC y CAPON, demostraron un rendimiento notablemente superior cuando se aplicaron al arreglo lineal uniforme (ULA) en comparación con otros arreglos considerados. Esto se evidenció por la casi imperceptibilidad del piso de ruido en el ULA en contraste con otros arreglos. Esta capacidad para mitigar el ruido sugiere que el ULA proporciona un entorno más propicio para la precisión de la estimación de la DOA. Además, se observó que los algoritmos DOAs adaptados al ULA exhiben un rendimiento mejorado en términos del ancho de banda de la información. Esto implica que el ULA permite una transmisión y recepción más eficientes de señales, lo que resulta en una mayor capacidad para transmitir datos a través de un rango más amplio de frecuencias. Esta característica es de particular importancia en aplicaciones que requieren una alta tasa de transferencia de datos o que operan en entornos con una amplia gama de frecuencias. En conjunto, estos hallazgos subrayan la importancia del arreglo lineal uniforme como una opción preferida para la implementación de algoritmos DOAs en entornos donde se valora la precisión, la robustez y la eficiencia en la transmisión de datos.

REFERENCIAS

[1]P. N. OBIMO AND O. TAMER, "PERFORMANCE EVALUATION OF 1D DOA ESTIMATION FOR DECOM AND UCLA USING MUSIC ALGORITHM," 2021 29TH SIGNAL PROCESSING AND COMMUNICATIONS APPLICATIONS CONFERENCE (SIU), 2021, pp. 1-5, doi: 10.1109/SIU53274.2021.9477778.

[2]C. -B. Ko and J. -H. Lee, "Performance of ESPRIT and Root-MUSIC for Angle-of-Arrival (AOA) Estimation," 2018 IEEE World Symposium on Communication Engineering (WSCE), 2018, pp. 49-53, doi: 10.1109/WSCE.2018.8690541.

[3]Sharma, B., Singh, G. and Sarkar, I. (2015). Study of DoA estimation using MUSIC algorithm. *International Journal of Scientific & Engineering Research*,6, 594–603.

[4]Zhang, K., Shen, C., Li, H., Li, Z., Wang, H., Chen, X. and Chen, J.(2020). Direction of arrival estimation and robust adaptive beam forming with unfolded augmented coprime array. *IEEE Access*,8, 22314–22323.

[5]Gabriel, W., "Adaptive Processing Antenna Systems," *IEEE Antenna and Propagation Newsletter*, pp. 5–11, Oct. 1983.

[6]M. W. T. S. Chowdhury and M. Mastora, "Performance Analysis of MUSIC Algorithm for DOA Estimation with Varying ULA Parameters," 2020 23rd International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT), 2020, pp. 1- 5, doi: 10.1109/ICCIT51783.2020.9392663.

[7]M. Rahmani and G. K. Atia, "A subspace method for array covariance matrix estimation," 2016 IEEE Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 2016, pp. 1-5, doi: 10.1109/SAM.2016.7569686.

[8]F. B. Gross, *Smart antennas for wireless communications: With MATLAB*. New York: McGraw-Hill, 2005.

[9]X. Wang, X. Wang and X. Lin, "Co-prime array processing with sum and difference co-array," 2015 49th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, 2015, pp. 380-384, doi: 10.1109/ACSSC.2015.7421152.

[10]P. P. Vaidyanathan and P. Pal, "Sparse Sensing With Co-Prime Samplers and Arrays," in *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 2, pp. 573-586, Feb. 2011, doi: 10.1109/TSP.2010.2089682.

[11]Tie-Jun Shan, M. Wax and T. Kailath, "On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals," in *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 33, no. 4, pp. 806-811, August 1985, doi: 10.1109/TASSP.1985.1164649.

[12]Li, Shuang, and Dongfeng Xie. "Compressed symmetric nested arrays and their application for direction-of-arrival estimation of near-field sources." *Sensors* 16, no. 11 (2016): 1939.

[13]B. Bhardwaj, P. G and N. S, "Performance Analysis of FOC based DOA on Nested Array Elements," 2021 IEEE Indian Conference on Antennas and Propagation (InCAP), 2021, pp. 336-339, doi: 10.1109/InCAP52216.2021.9726379.



Francisco E. López obtuvo su título de Doctor en Física en 2009 de la Universidad de Antioquia, Colombia. Durante sus estudios de doctorado estudio las propiedades ópticas y electrónicas en nano estructuras semiconductoras, específicamente en el estudio del factor g de Lande. Desde el 2009 está vinculado como Investigador en la Institución Universitaria ITM en Medellín, Colombia.
ORCID: 0000-0003-0446-4307.



Anderson B. Garcés Tecnólogo en Diseño e Implementación y Mantenimiento de Sistemas de Telecomunicaciones del Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA), Tecnólogo en Gestión de Redes de Telecomunicaciones del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) y actualmente estudiante de Ingeniería de

Telecomunicaciones del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM).

ORCID: 0000-0002-5618-4545.



Oscar Ossa Molina Nació en 1992 en Pasto (Colombia). Obtuvo el grado en ingeniería de telecomunicaciones y la maestría en ingeniería de automatización y control en el Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) de Medellín (Colombia) en 2015 y 2019, respectivamente. Actualmente cursa el doctorado en ingeniería eléctrica en el ITM.

De 2019 a 2022, fue profesor investigador del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Institución Universitaria Pascual Bravo (IUPB) en Medellín (Colombia). Desde 2022, es profesor de tiempo completo del Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones del ITM. Es autor de varios artículos de investigación y conferencias. Sus intereses de investigación incluyen análisis de onda completa y diseño de antenas de parche, técnicas de optimización para el diseño de antenas, diseño de sensores de RF para diferentes propósitos de detección (temperatura, tensión), comunicaciones inalámbricas y técnicas de antenas inteligentes.

ORCID: 0000-0001-5825-5207.