METODOLOGÍA PARA LA ESTIMACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN MEDICIONES DIRECTAS

Methodology for the estimation of the uncertainty in direct measurements

RESUMEN
De manera didáctica se presenta con base en la norma GTC 51 "Guía para la Expresión de Incertidumbre en Mediciones" el desarrollo de una metodología para realizar el cálculo de la incertidumbre de medición para el caso en que se realizan mediciones directas. Para ello se utiliza el desarrollo de una aplicación práctica relacionada con un proceso de calibración.

PALABRAS CLAVES: Metrología, medición directa, incertidumbre, cálculo.

ABSTRACT
Of didactic way appears with base in GTC-51 norm "Guide for the Expression of Uncertainty in Measurements" the development of a methodology to make the calculation of the uncertainty of measurement for the case in that direct measurements are made. For it the development of a practical application related to a calibration process is used.

KEYWORDS: *Metrology, direct measurement, uncertainty, calculation.*

LUIS ENRIQUE LLAMOSA R
Profesor Titular
Facultad de ciencias básicas
Universidad Tecnológica de Pereira
lellamo@utp.edu.co

JOSÉ DEL C. GÓMEZ E.
Profesor titular
Facultad de ciencias básicas
Universidad Tecnológica de Pereira

ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ B.
Estudiante de ingeniería eléctrica
Facultad de Ingenierías
Universidad Tecnológica de Pereira

1. INTRODUCCIÓN

Al realizar una medición determinada, es indispensable comprender que ésta jamás será absolutamente exacta, es decir, el resultado de la medida no coincidirá exactamente con el valor verdadero del mensurando. Para expresar de manera correcta el resultado de una medición, es necesario calcular su respectiva incertidumbre asociada.

El presente trabajo toma como referencia las publicaciones más destacadas a nivel internacional en el tema del cálculo de incertidumbre de la medición, y tomando como base esta teoría se expone un procedimiento que reúne los lineamientos más importantes para la adecuada expresión de la incertidumbre en las medidas.

Lo anterior se realizará no sin antes anotar que la incertidumbre se calcula de forma distinta dependiendo de si el valor de la magnitud se obtiene por medio de una *medida directa* (directamente de un instrumento de medición) o de una *medida indirecta* (con la manipulación matemática de una o varias medidas directas).

Medida Directa: Una medida es directa cuando se obtiene observando directamente en un instrumento diseñado para medir magnitudes de la misma naturaleza (por ejemplo, cuando se mide tensión eléctrica por medio de un multímetro digital). Por lo general las medidas directas son el caso más común al momento de hacerse una medición.

El lenguaje metrológico utilizado en este artículo es con base en la norma NTC-2194[1].

2. MEDICIÓN DIRECTA EN UN PROCESO DE CALIBRACIÓN.

El objetivo de la presente medición consiste en calibrar la indicación de 4 V_{DC} en un multímetro digital FLUKE 76. Para este fin, se hará una comparación directa contra un calibrador multiproducto FLUKE 5500A.

Hablando en términos metrológicos, el calibrador FLUKE 5500A es un equipo de mejores especificaciones que el multímetro FLUKE 76, lo cual permite seleccionar el primero como patrón de medición. Se ingresará el valor de la tensión de referencia en el calibrador, haciendo la conexión de terminales que se muestra en la figura 1 y teniendo cuidado de observar previamente el comportamiento de las variables ambientales externas que pudiesen afectar la medición.

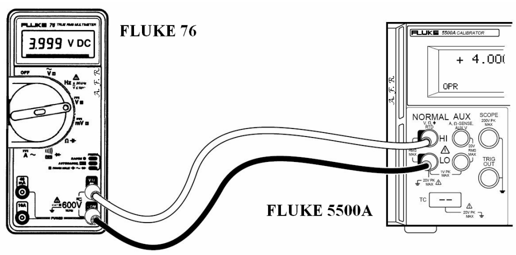

Figura 1. Esquema de conexión de la calibración.

De sus respectivos manuales, se extraen las especificaciones necesarias de los equipos que se utilizan para el desarrollo de esta práctica:

Especificaciones del equipo a calibrar: Instrumento: Multímetro Digital
Marca: FLUKE
Modelo: 76
Rango: 4,000 V

Fecha de Recepción: 26 de enero de 2009
Fecha de Aceptación: 27 de marzo de 2009

Resolución: 0,001 V
Especificaciones de Exactitud: ± (0,3% + 1)
Especificaciones del equipo patrón:
Instrumento: Calibrador Multiproducto
Marca: FLUKE
Modelo: 5500A
Rango: 0 a 32,99999 V
Resolución: 10 µV
Especificaciones de Exactitud: ± (0,005% output + 50 µV

2.1 Modelamiento matemático del procedimiento de medición: La fórmula ó modelo matemático que formaliza el proceso de medición está basada en el error absoluto E del multímetro bajo prueba, que se establece a partir de la diferencia entre la lectura observada en el instrumento a calibrar V_i y la indicación en el calibrador V_r, que representa el valor convencionalmente verdadero en la comparación, como se expresa a continuación:

$$E = \left(V_i + \delta V_i\right) - \left(V_r + \delta V_r + \delta V_{r1}\right) \tag{2.1}$$

Se puede observar que en la expresión anterior se tienen en cuenta algunas correcciones, donde: δV_{r1} simboliza la corrección por especificaciones de exactitud del instrumento patrón, δV_{r2} es la corrección en la indicación del patrón de trabajo debido a desviaciones en la temperatura ambiente y humedad relativa, variaciones en la fuente de alimentación y variaciones a partir de calibraciones pasadas; δV_i representa la corrección de indicación por resolución del equipo a calibrar; δV_r corresponde a la corrección de indicación por resolución del patrón de trabajo. De la Ecuación 3.1, se pueden hacer las siguientes aclaraciones: La resolución corresponde al dígito menos significativo observado en la pantalla de un instrumento digital; la corrección en la indicación por resolución es igual a cero en el caso del equipo a calibrar, al igual que en el caso del patrón de trabajo ([2], numeral S 9.7):

$$\delta V_i = \delta V_r = 0 \tag{2.2}$$

Pero aún cuando estas contribuciones por resolución no aportan al valor del estimado de la medición al mismo tiempo si son fuentes de incertidumbre, al igual que la contribución por especificaciones de exactitud del patrón de trabajo (δV_{r1}).

Para la corrección en la indicación del patrón de trabajo debido a condiciones ambientales externas, δV_{r2}, se tienen en cuenta los aspectos establecidos por el fabricante y la calibración anual del patrón de trabajo, además se debe considerar que el resultado del certificado de tal calibración muestra que las especificaciones del fabricante se cumplen, lo cual resulta en que el estimado de δV_{r2} es igual a cero. De acuerdo con lo anterior la Ecuación 2.1 se reduce a:

$$E = V_i - V_r \tag{2.3}$$

Con el objeto de realizar esta calibración, se digita y se genera en el calibrador una magnitud de 4,00000 V, tensión que será detectada por el multímetro digital; cuando se estabilice la indicación se anota su valor y se suspende la operación del calibrador. Esto se repite hasta acumular una serie determinada de lecturas en el multímetro digital, las cuales se anotan según su orden de aparición. La Tabla 1 muestra los valores obtenidos a partir de las observaciones para una muestra que consiste en este caso de un conjunto de 100 números, llamados *valores de la muestra*, de tal forma que el tamaño de la muestra resulta en n = 100. Según Luis O. Becerra[3], el número de mediciones (repeticiones) necesarias para realizar una medición es una decisión que el metrólogo debe tomar considerando la incertidumbre "objetivo", el aporte de la incertidumbre tipo A, el tiempo requerido para realizar repeticiones entre otras consideraciones.

No.	Lectura [V]	No.	Lectura [V]	No.	Lectura [V]	No.	Lectura [V]
1	4,000	**26**	4,001	**51**	4,002	**76**	3,998
2	4,001	**27**	4,003	**52**	4,001	**77**	4,003
3	3,999	**28**	4,000	**53**	4,003	**78**	4,004
4	3,999	**29**	3,998	**54**	3,998	**79**	4,005
5	4,001	**30**	3,999	**55**	4,001	**80**	3,996
6	3,998	**31**	3,997	**56**	4,002	**81**	4,004
7	4,002	**32**	3,997	**57**	3,998	**82**	4,005
8	3,999	**33**	4,000	**58**	4,001	**83**	3,995
9	4,002	**34**	4,002	**59**	3,998	**84**	4,004
10	4,005	**35**	3,997	**60**	4,001	**85**	3,996
11	4,000	**36**	4,000	**61**	3,996	**86**	3,997
12	4,001	**37**	3,997	**62**	4,001	**87**	4,006
13	3,999	**38**	3,999	**63**	3,996	**88**	4,004
14	4,002	**39**	3,999	**64**	4,002	**89**	4,006
15	3,999	**40**	4,000	**65**	4,001	**90**	4,004
16	4,003	**41**	4,002	**66**	3,998	**91**	4,007
17	4,000	**42**	3,999	**67**	3,997	**92**	4,005
18	4,003	**43**	3,998	**68**	3,998	**93**	4,000
19	4,001	**44**	4,000	**69**	3,995	**94**	4,000
20	3,999	**45**	4,000	**70**	3,998	**95**	4,001
21	4,003	**46**	3,999	**71**	3,994	**96**	3,995
22	4,002	**47**	4,002	**72**	4,003	**97**	3,999
23	4,000	**48**	3,999	**73**	3,995	**98**	4,004
24	4,003	**49**	3,997	**74**	3,996	**99**	4,000
25	3,994	**50**	3,998	**75**	3,993	**100**	4,000

Tabla 1. Muestra de 100 valores observados en el multímetro FLUKE 76.

Es importante mencionar que todos los valores de la muestra deben estar dentro de los límites establecidos por las especificaciones de exactitud pertenecientes al equipo que se va a calibrar. En el presente caso, la tolerancia del multímetro digital está determinada por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} Tolerancia &= \pm\left(0{,}3\%\ lectura + 1\ dígito\right) = \\ &= \pm\left(\frac{0{,}3}{100}\cdot 4{,}000040\ V + 1\cdot 0{,}001\ V\right) = \pm 0{,}01300012\ V \end{aligned} \tag{2.4}$$

Donde la lectura es reemplazada por el valor que se observa en la pantalla del instrumento (en este caso corresponde al valor medio de los valores que conforman la muestra), y 1 dígito es equivalente al dígito menos significativo en la pantalla del multímetro FLUKE 76. El valor de la tolerancia quiere decir en este caso que, según el fabricante, el 100% de las mediciones efectuadas por medio del instrumento deben presentar valores entre 3,987 V y 4,013 V, condición que se cumple de manera correcta.

Estudio de propiedades estadísticas de la muestra: El conjunto de valores contenidos en la Tabla 1 conforma una distribución normal, y a partir de ellos se pretende hacer un estudio de sus propiedades. Con el propósito de extraer la información estadística del conjunto de valores contenidos en la Tabla 1, se hace en primer lugar un ordenamiento ascendente de estos, escribiendo por ejemplo en la primera columna de una segunda tabla (Tabla 2) los datos logrados, desde el valor más pequeño (3,993 V) al valor más grande (4,007 V). A continuación se procede a contar el número de veces que aparece cada valor x en la muestra, y se registra así la *frecuencia absoluta*, o simplemente *frecuencia* $f(x)$ de ese valor x en la muestra, consecutivamente en la segunda columna de la Tabla 2. Dividiendo ahora la frecuencia entre el tamaño n de la muestra se obtiene la frecuencia relativa $f_r(x) = f(x)/n$, que se coloca en la tercer columna de la Tabla 2. Así, se tiene que para x = 3,995 V la frecuencia es $f(x)$ = 4, y la frecuencia relativa $f_r(x)$ = 0,04, o bien 4%, con n = 100.

Lectura [V]	Frecuencia (f)	Frecuencia Relativa (f_r)	Frecuencia Acumulada (f_a)	Frecuencia Rel. Acumulada (f_{ra})
3,993	1	0,01	1	0,01
3,994	2	0,02	3	0,03
3,995	4	0,04	7	0,07
3,996	5	0,05	12	0,12
3,997	7	0,07	19	0,19
3,998	11	0,11	30	0,30
3,999	13	0,13	43	0,43
4,000	14	0,14	57	0,57
4,001	12	0,12	69	0,69
4,002	10	0,10	79	0,79
4,003	8	0,08	87	0,87
4,004	6	0,06	93	0,93
4,005	4	0,04	97	0,97
4,006	2	0,02	99	0,99
4,007	1	0,01	100	1,00

Tabla 2. Tabla de frecuencias de la muestra de la Tabla 1.

Si para cierto valor x se suman todas las frecuencias correspondientes a los valores de la muestra que sean menores o iguales a x, se obtendrá la *frecuencia acumulada* $f_a(x)$ correspondiente a x, la cual está dada en la 4ª columna de la Tabla 2. Así por ejemplo, para x = 4,002 V la frecuencia acumulada es 79, lo cual indica que hay 79 valores de la muestra que son menores o iguales que 4,002 V. Ahora bien, si se divide la frecuencia acumulada entre el tamaño de la muestra (n = 100) se obtendrá la *frecuencia relativa acumulada* $f_{ra}(x) = f_a(x)/n$ dada en la 5ª columna de la Tabla 2. En esta columna se puede ver por ejemplo que el 79% de los valores de la muestra son menores o iguales a 4,002 V.
Se pueden presentar casos extremos, tales como:
a. f = 0, si cierto valor numérico no aparece en una muestra, y
b. f_r = 1, lo cual implica que todos los n valores de la muestra son numéricamente iguales, que el valor x tiene la frecuencia n y, que por lo tanto $f_r = n/n = 1$.

Se tiene entonces que la frecuencia relativa es $0 \leq f_r \leq 1$. Se puede por tanto introducir una función $f_r(x)$ o *distribución de frecuencias* de la muestra que represente la relación empírica entre los valores de una muestra y sus frecuencias relativas, de tal manera que:

$$f_r(x) = \begin{cases} f_{rj} \text{ , } cuando\ x = x_j \text{ ; } con\ j = 1, 2, \ldots, m \\ \\ 0 \text{ , } en\ caso\ contrario \end{cases} \tag{2.5}$$

La representación gráfica de esta función otorga una mejor idea de la distribución de los valores de la muestra. La distribución puede presentarse gráficamente, por ejemplo, por medio de un diagrama de frecuencias, un histograma ó un polígono de frecuencias. La Figura 2 muestra cómo resulta el histograma correspondiente a la muestra de tamaño n = 100, del ejemplo de aplicación que se introdujo anteriormente (ver Tablas 1 y 2).

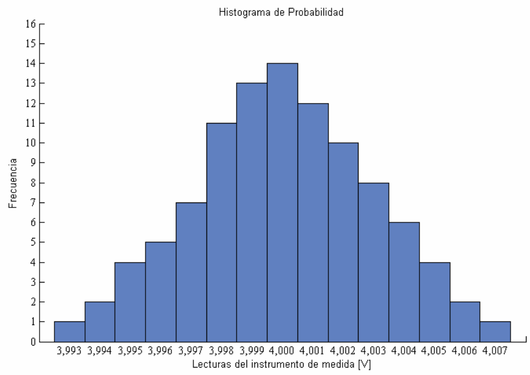

Figura 2. Histograma de probabilidad de la muestra.

El anterior histograma de probabilidad se construyó con MatLAB por medio de la función *hist (x,y)*, luego de importar desde Microsoft Excel la tabla de lecturas, donde x es el vector de los 100 valores observados e y = *mín vlr : resolución : máx vlr*, que es el vector de valores a los cuales estarán relacionadas cada una de las barras del diagrama. En este caso, y = 3.993:0.001:4.007.
Cabe mencionar también los siguientes resultados importantes:

a. La suma de todas las frecuencias (absolutas) en una muestra de tamaño n debe ser igual a n.
b. La suma de todas las frecuencias relativas en una muestra es igual a 1, lo cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$\sum_{j=1}^{m} f_r(x_j) = f_r(x_1) + f_r(x_2) + \ldots + f_r(x_m) = 1 \tag{2.6}$$

Es posible que los datos reales obtenidos no se distribuyan normalmente de una manera exacta pero en muchos casos se producen aproximaciones que llevan al experimentador a asumir este modelo estadístico para la distribución.
Existe un criterio cualitativo para decir si un conjunto de medidas se distribuye normalmente o no, el cual hace uso de una función $F(x)$, tal que: $F(x) = \Pr(X \leq x)$; donde $F(x)$ es la suma de las frecuencias relativas de todos los

valores de la muestra que son menores o iguales que un cierto valor *x*. Esta función recibe el nombre de *función de distribución* de la muestra. De acuerdo con la Teoría de las Probabilidades, la función de distribución es una función que ofrece, para cada valor de *x*, la probabilidad de que la variable aleatoria *X* sea menor o igual que *x*. La función de distribución que corresponde al presente ejemplo de aplicación se ilustra en la Figura 3.

Tal y como se puede observar, en la región comprendida entre el 25% y el 75% de la frecuencia relativa acumulada, la gráfica tiene un comportamiento lineal. El valor de la abscisa correspondiente al 50% de la ordenada debe ser menor y muy cercano al valor medio de la muestra, ya que lo normal es que el punto medio tenga asignada una frecuencia relativa acumulada un poco mayor a 0,50.

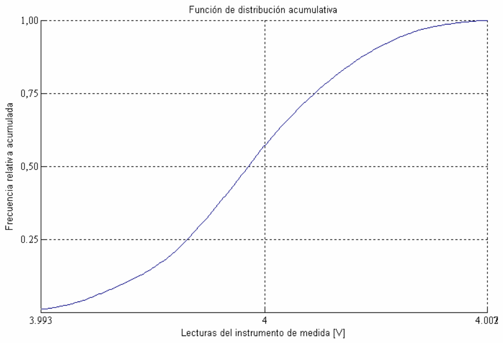

Figura 3. Función de distribución de la muestra.

Por probabilidad se entiende un número real en la escala del 0 al 1 asociado a un evento aleatorio. Una variable aleatoria se entiende como una variable que puede tomar cualquiera de los valores de un conjunto específico de valores y con los cuales está asociada una distribución de probabilidad, es decir, una función que da la probabilidad de que una variable aleatoria tome cualquier valor dado o pertenezca a un conjunto dado de valores. Una variable aleatoria que puede tomar sólo valores aislados se conoce como variable discreta. Una variable aleatoria que puede tomar cualquier valor dentro de un intervalo finito o infinito se conoce como variable continua.

El mejor estimado para el valor del error absoluto que representa el modelo matemático de la presente medición se encuentra restando el valor de salida del calibrador al valor promedio experimental de las 100 lecturas realizadas en el multímetro, como se muestra a continuación:

$$y = f(x_1, x_2) = e = \overline{V}_i - V_r = 4{,}000040\ V - 4{,}000000\ V = 0{,}000040\ V \quad (2.7)$$

Durante la realización de los cálculos de incertidumbre, se recomienda utilizar todas las cifras decimales adicionales que resulten en la herramienta de cálculo (calculadora, computador, etc.) y dejar los redondeos hasta última instancia, ya que así se evita pérdida de información por este motivo.

Identificación y cuantificación de las fuentes de incertidumbre: Para hallar la incertidumbre combinada de la medición, es preciso identificar y cuantificar las fuentes de incertidumbre implicadas en la medida, para evaluar a partir de éstas sus respectivas incertidumbres estándar. Se hará entonces un análisis de las fuentes de incertidumbre en cada uno de los dos equipos, se evaluarán las incertidumbres estándar aportadas por cada equipo para luego mezclar estas en una sola incertidumbre combinada total asociada al error de medición.

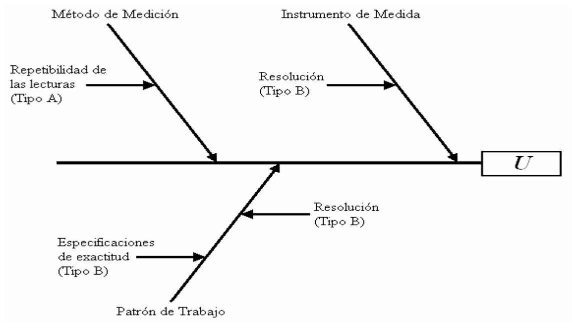

Figura 4. Fuentes de incertidumbre involucradas en el proceso de medición.

Estimación de la incertidumbre tipo A: En el caso del multímetro digital, los principales aportes de incertidumbre se encuentran en la desviación estándar de los valores obtenidos en el proceso de calibración y en la resolución del instrumento. La incertidumbre estándar tipo A se calcula a partir de la desviación estándar del conjunto de 100 lecturas, dividida entre la raíz cuadrada del número total de observaciones:

$$s(V_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1}\cdot\sum_{j=1}^{n}\left(V_{ij}-\overline{V}_i\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{100-1}\cdot\sum_{j=1}^{100}\left(V_{ij}-4{,}000040V\right)^2} = 0{,}00295050V \quad (2.8)$$

$$u_A\left(\overline{V}_i\right) = \frac{s(V_i)}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}00295050\ V}{\sqrt{100}} = 0{,}00029505\ V \quad (2.9)$$

Estimación de las incertidumbres tipo B: En este caso se calibra un instrumento digital y el valor de la resolución de la indicación de tal instrumento corresponde a la sensibilidad del dígito menos significativo y se conoce rápidamente por medio de su respectivo manual de operación. Este valor cuantifica la fuente de incertidumbre que es la base de la incertidumbre estándar tipo B que se evalúa dividiendo la mitad de la resolución entre raíz cuadrada de 3:

$$u_{B1}(\delta V_i) = \frac{resolución_{76}/2}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}001\,V/2}{\sqrt{3}} = 0{,}00028868\ V \quad (2.10)$$

En el caso del calibrador multifunción, se deben tener en cuenta sus especificaciones de exactitud para calcular su incertidumbre estándar tipo B. Para este equipo, se especifica un nivel de confianza del 99% que aparece al final de la tabla 1-15, en la página 1-10 del manual de operación del calibrador FLUKE 5500A[1]. Esto significa que tales especificaciones se presentan como una incertidumbre expandida, calculada utilizando una función de distribución de probabilidad de tipo normal. Si se revisa la Tabla "t de student", sobre los valores del factor de cobertura para un nivel del 99% y suponiendo grados efectivos de libertad infinitos, se tiene que el valor del factor de cobertura correspondiente es 2,576. Tal incertidumbre reportada por el fabricante se debe dividir por éste factor para obtener así la incertidumbre estándar respectiva, apropiada para continuar con el cálculo de la incertidumbre de esta medición:

$$u_{B2}(\delta V_{r1}) = \frac{U(\delta V_{r1})}{2{,}576} = \frac{(0{,}005\%\ output + 50\ \mu V)}{2{,}576} = \frac{\left(\frac{0{,}005}{100}\cdot 4{,}00000\ V + 50\ \mu V\right)}{2{,}576} = 0{,}00009705\ V \quad (2.11)$$

Cálculo de los coeficientes de sensibilidad: Los coeficientes de sensibilidad relacionados con cada una de las magnitudes de entrada X_i se encuentran a partir de derivadas parciales:

$$c_1 = \frac{\partial f}{\partial \overline{V}_i} = 1 \quad , \quad c_2 = \frac{\partial f}{\partial \delta V_i} = 1 \quad , \quad c_3 = \frac{\partial f}{\partial \delta V_{r1}} = -1 \quad (2.12)$$

Estimación de la incertidumbre combinada: Los coeficientes de sensibilidad se aplican al cálculo de la incertidumbre combinada, la cual es la incertidumbre total asociada al error de la medición y se encuentra empleando la Ley de Propagación de Incertidumbres, considerando que en la presente aplicación no existen variables correlacionadas:

$$u_c(e) = \sqrt{\sum_{j=1}^{N}\left[c_j \cdot u_j(x_k)\right]^2} = \sqrt{c_1^2 \cdot u_A^2(\overline{V}_i) + c_2^2 \cdot u_{B1}^2(\delta V_i) + c_3^2 \cdot u_{B2}^2(\delta V_{r1})} = \sqrt{(1)^2\cdot(0{,}00029505\ V)^2 + (1)^2\cdot(0{,}00028868\ V)^2 + (-1)^2\cdot(0{,}00009705\ V)^2} = 0{,}00042404\ V \quad (2.13)$$

Evaluación de aplicación del Teorema del Límite Central: Para conocer si es posible la aplicación del Teorema del Límite Central, se utiliza el criterio especificado de la distribución dominante[2], llamando u_1 a la incertidumbre estándar de mayor magnitud, y llamando u_R a la combinación de las incertidumbres estándar restantes:

$$u_1 = \sqrt{u_A^2(\overline{V}_i)}$$

$$u_R = \sqrt{u_c^2 - u_1^2} = \sqrt{u_{B1}^2(\delta V_i) + u_{B2}^2(\delta V_{r1})} \quad (2.14)$$

$$\frac{u_R}{u_1} = \frac{\sqrt{(0{,}00028868\ V)^2 + (0{,}00009705\ V)^2}}{\sqrt{(0{,}00029505\ V)^2}} \cong 1{,}03 \quad (2.15)$$

Observando que la relación anterior resulta en un número mayor que 0,3 se dispone entonces a seguir con el proceso normal de evaluación de la incertidumbre expandida, encontrando primeramente los grados efectivos de libertad de la estimación de la incertidumbre combinada.

Estimación de los grados efectivos de libertad: Para la incertidumbre estándar tipo A se evaluarán los grados de libertad v_j como n-1, siendo n el número de mediciones, y para el caso de las incertidumbres estándar tipo B, se considerará que los grados de libertad de estas magnitudes son infinitos, debido a su distribución de probabilidad rectangular. Aplicando la ecuación de *Welch-Satterthwaite* (Ecuación 2.16) en función de la incertidumbre combinada, se tiene:

$$v_{ef} = \frac{u_c^4(e)}{\sum_{j=1}^{N}\frac{(c_j \cdot u_j(x_k))^4}{v_j}} = \frac{u_c^4(e)}{\frac{c_1^4 \cdot u_A^4(\overline{V}_i)}{n-1} + \frac{c_2^4 \cdot u_{B1}^4(\delta V_i)}{\infty} + \frac{c_3^4 \cdot u_{B2}^4(\delta V_{r1})}{\infty}} = \frac{(0{,}00042404\ V)^4}{\frac{(1)^4\cdot(0{,}00029505\ V)^4}{99} + \frac{(1)^4\cdot(0{,}00028868\ V)^4}{\infty} + \frac{(-1)^4\cdot(0{,}00009705\ V)^4}{\infty}} = 422{,}34 \cong 422 \quad (2.16)$$

Cálculo de la incertidumbre expandida: Por medio de la tabla de valores $t_p(v)$ de la distribución t de Student (Tabla 21), se localiza el factor de cobertura correspondiente a los grados efectivos de libertad hallados y un nivel de confianza del 95%, para evaluar así la incertidumbre expandida de medición. En la tabla, 422 grados efectivos de libertad son mayores que 100, y es equivalente a suponer infinitos grados que corresponden a un factor de cobertura de 1,960:

$$U = t_p(v)\cdot u_c(e) = 1{,}96 \cdot 0{,}00042404\ V = 0{,}00083111\ V \quad (2.17)$$

3. EXPRESIÓN DEL RESULTADO DE MEDICIÓN

El resultado de la medición se debe expresar, como un intervalo centrado en el mejor estimado *y* de la medición; en sentido general, los valores numéricos del estimado y su incertidumbre no deben presentarse con un número excesivo de dígitos.

A un intervalo de confianza del 95% y 422 grados efectivos de libertad, el error del proceso de calibración es:

$$Y = E = e \pm U = 0{,}00004\ V \pm 0{,}00083\ V \quad (3.1)$$

Y despejando para expresar el resultado de la medición en función de la lectura del multímetro que se calibra, se tiene:

$$V_i = (e + V_r) \pm U = \overline{V}_i \pm U = 4{,}00004\ V \pm 0{,}00083\ V \quad (3.2)$$

[1] Este manual puede descargarse desde la página oficial de la FLUKE, desde el siguiente link: http://assets.fluke.com/manuals/5500a___omeng1100.pdf

[2] Este criterio es extraído del documento de aplicación para laboratorios "EA 4/02 (rev00): *Expressions of the Uncertainty of Measurements in Calibration*" [7], publicado por la Cooperación Europea para la Acreditación (*European co-operation for Accreditation*, EA).

En la siguiente tabla se consignan los valores más importantes que hacen parte de la expresión del resultado final de la anterior calibración:

$\bar{A}_i$ [V]	A_r [V]	E [V]	T [V]	U [V]
4,00004	4,00000	0,00004	± 0,01300	± 0,00083

Tabla 3. Valores que representan el resultado de la calibración.

Donde $\bar{A}_i$ es la lectura observada en el multímetro calibrado que está simbolizada por el promedio de la muestra; A_r es el valor convencionalmente verdadero que genera el patrón de medición, E es el error de medición, T la incertidumbre calculada a partir de las especificaciones del instrumento que se calibra y U es la incertidumbre expandida de la medición.

Comparación contra especificaciones: Es posible verificar si el intervalo de valores que representan el resultado de la calibración está dentro o fuera de especificaciones realizando el siguiente análisis gráfico.

En este caso, el rango de valores que conforman el resultado de la medición, comprendido entre los límites $\bar{A}_i - U$ y $\bar{A}_i + U$ se encuentra en su totalidad dentro del conjunto agrupado entre los extremos Ar – T y Ar + T, que se atribuyen a la tolerancia perteneciente al equipo calibrado. Esto indica que tal resultado se encuentra dentro de especificaciones, tal y como se aprecia en las Figuras 5 y 6:

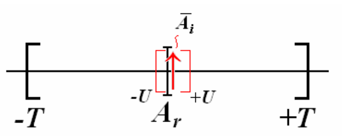

Figura 5. Interpretación de resultados.

A continuación se muestra una analogía numérica de la figura anterior:

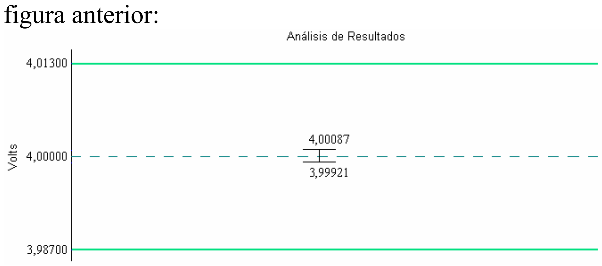

Figura 6. Análisis de resultados.

4. CONCLUSIONES

Generalmente, en los laboratorios de experimentación tanto de las empresas como de las universidades, se hacen mediciones sin realizar el cálculo de la correspondiente incertidumbre de medición. En muchos artículos especializados a nivel nacional se puede observar todavía, cómo experimentalistas reportan medidas sin incertidumbre de medición. La mayor parte de la investigación experimental en Colombia adolece de esta falla; las medidas se realizan con instrumentos que se han comprado y nunca más vuelven a ser calibrados. En general, se puede decir que en nuestro país son muy pocos los experimentalistas que saben reportar sus medidas.

Se presentó en este trabajo una aplicación práctica de estimación de la incertidumbre de medición en mediciones directas, utilizando la metodología de la norma GTC-51 "Guía para la expresión de Incertidumbre en las Mediciones"[4]. La aplicación presentada se ha desarrollado de manera metodológica de tal manera que el lector pueda implementar este desarrollo en otros tipos de aplicaciones de mediciones directas.

Esperamos que este artículo sirva para crear cultura metrológica entre los experimentalistas.

5. BIBLIOGRAFÍA

[1] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Norma NTC 2194: Vocabulario de Términos Básicos y Generales en Metrología. Bogotá D.C: ICONTEC, 1997.33 p.

[2] BECERRA, Luis O. Número de Mediciones Necesarias [Archivo PDF en línea]. El Marqués, Querétaro: CENAM, 2004. 5 p. Disponible en Internet: (URL: http://www.cenam.mx/simposio2004/memorias/TA-121.pdf).

[3] EUROPEAN CO-OPERATION FOR ACCREDITATION (Francia). EA 4/02: Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration [Archivo PDF en línea]. París: EA, 1999. 79 p. Disponible en Internet: (URL: http://www.european-accreditation.org/n1/doc/EA-4-02.pdf).

[4] INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TÉCNICAS Y CERTIFICACIÓN. Norma GTC 51: Guía para la expresión de Incertidumbre en las Mediciones. Bogotá D.C.: ICONTEC, 1997.178 p.