

## CONTROL DE UN STATCOM EN UN SISTEMA DE POTENCIA MEDIANTE REUBICACIÓN DE POLOS Y LQR

### Control of a Statcom on a Power System by Means of Pole Placement and LQR

#### RESUMEN

En este artículo se presenta el diseño de control para un statcom instalado en un sistema de potencia para el estudio de pequeña señal, usando los métodos de reubicación de polos y regulador cuadrático lineal (LQR). Se muestran los resultados de las simulaciones comprobando la efectividad del control propuesto para el STATCOM, ampliando los límites de estabilidad alrededor de un punto de operación. Esta implementación se realizó mediante la utilización de un paquete de simulación.

**PALABRAS CLAVES:** Estabilidad, LQR, Reubicación de Polos, SMIB STATCOM.

#### ABSTRACT

*In this article the design of control for statcom installed on a power system for the study of small signal appears, using the methods of poles assignment and LQR. The results appear of the simulations verifying the effectiveness of the control proposed for statcom, extending the limits of stability around an operation point. This implementation was performed using a simulation package.*

**KEYWORDS:** LQR, Pole Placement, SMIB, Stability, STATCOM

#### ALFONSO ALZATE G.

Ingeniero Electricista, M. Sc.  
Profesor Titular  
Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
alazate@utp.edu.co

#### CARLOS ANDRÉS TORRES P.

Ingeniero Electricista.  
Estudiante de doctorado  
Universidad Rovira I Virgili  
carlosandrestorresp@hotmail.com

#### CARLOS A. RESTREPO P.

Ingeniero Electricista, M. Sc.  
Ph. D. (c) en Ingeniería Electrónica  
Universidad Rovira I Virgili  
carlos.restrepo@urv.cat

**Grupo de Investigación en  
Electrónica de Potencia  
Universidad Tecnológica de  
Pereira**

## 1. INTRODUCCIÓN

El compensador síncrono estático (STATCOM) es un tipo de FACTS (Sistema de transmisión flexible en corriente alterna) conformado por un inversor fuente de voltaje, el cual a través de un transformador de reactancia intercambia flujo de potencia con la red, permitiendo de esta manera ampliar los límites de estabilidad del sistema y a la vez mejorar algunos de los parámetros de operación [1], [3]. Este dispositivo es ampliamente utilizado en la compensación dinámica de los sistemas de potencia ya que mejora las respuestas del estado transitorio y permanente bajo ciertas consideraciones [2].

En los últimos años se ha trabajado mucho en el control del STATCOM en estado estable, usualmente los controladores tipo PI (proporcional integral), son los más utilizados en el proceso de análisis de sistemas eléctricos de potencia tradicionales ya que no es necesario construir un modelo matemático para su diseño. Cuando se emplea un controlador de este tipo, la respuesta del sistema es lenta, debido al cálculo de la potencia activa y reactiva, que necesita de varios periodos (T) de la red, y es ineficaz cuando las variaciones del sistema son rápidas

debido a que el diseño del controlador ocurre en el dominio de la frecuencia.

Cuando el sistema de potencia comienza a ser más complejo y cargas no lineales están conectadas a él, el control de la respuesta transitoria del sistema de potencia llega a ser muy difícil, por lo tanto el control PI no es conveniente y es necesario introducir un modelo dinámico para el STATCOM y diseñar un control que tenga el modelo dinámico en cuenta. El cálculo de la potencia activa y reactiva basada en dominio de la frecuencia no es necesario para controlar el funcionamiento dinámico del STATCOM [2].

En este artículo se propone un diseño de control del STATCOM en un sistema de potencia conformado por un generador sincrónico conectado a un barraje infinito a través de una línea de transmisión, usando los métodos de reubicación de polos y regulador cuadrático lineal (Linear Quadratic Regulator), con el fin de elegir la mejor solución de acuerdo a los resultados de las pruebas de simulación.

## 2. MODELO DEL SISTEMA

El sistema considerado en este artículo es un sistema conformado por una máquina síncrona conectada a un

barraje infinito a través de una línea de transmisión, en donde es instalado el STATCOM tal y como se muestra en la Figura 1.

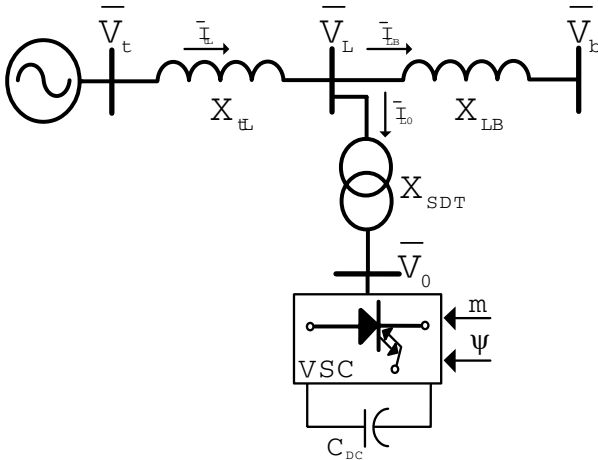


Figura 1. Máquina Síncrona en un Sistema de Potencia de Barraje Infinito con un STATCOM.

El STATCOM consiste de un transformador (SDT) con reactancia de salida  $X_{SDT}$ , un convertidor fuente de voltaje basado en un puente trifásico de GTO y un capacitor DC. El convertidor genera un voltaje controlable AC  $v_0(t) = V_0 \text{sen}(wt - \psi)$  a través de la reactancia de salida. La diferencia de tensión entre la barra  $V_L$  y la barra  $V_0$  produce un intercambio de potencia activa y reactiva entre el STATCOM y el sistema de potencia, cuyo flujo puede ser controlarse ajustando la magnitud de  $V_0$  y  $\psi$  [1]. De la Figura 1 podemos obtener [1].

$$\bar{I}_{L0} = I_{L0d} + jI_{L0q} \quad (1)$$

$$\bar{V}_0 = cV_{DC} (\cos(\psi) + j\text{sen}(\psi)) = cV_{DC} \angle \psi \quad (2)$$

$$\frac{dV_{DC}}{dt} = \frac{I_{DC}}{C_{DC}} = \frac{c}{C_{DC}} (I_{L0d} \cos(\psi) + I_{L0q} \text{sen}(\psi)) \quad (3)$$

Donde para el inversor PWM,  $c = mk$

$k$ : Es la relación de voltajes AC y DC del inversor. Este depende de la estructura del inversor que se utilice.

$m$ : Es el índice de modulación, el cual determina la magnitud del voltaje inyectado, puede ser la señal de control de amortiguamiento para proveer una variación dinámica de compensación.

$\psi$ : Es el ángulo del voltaje inyectado, el cual es definido por el PWM.

De la Figura 1,

$$\begin{aligned} \bar{I}_{LB} &= \bar{I}_{IL} - \bar{I}_{L0} = \bar{I}_{IL} - \frac{\bar{V}_L - \bar{V}_0}{jX_{SDT}} \\ &= \bar{I}_{IL} - \frac{\bar{V}_L - jX_{IL}\bar{I}_{IL} - \bar{V}_0}{jX_{SDT}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\bar{V}_L = jX_{IL}\bar{I}_{IL} + jX_{LB}\bar{I}_{LB} + \bar{V}_B \quad (5)$$

Sustituyendo (4) en (5) y separando la parte real e imaginaria, se obtiene (6) y (7):

$$\bar{I}_{ILq} = \frac{V_B \text{sen}(\delta) + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}} cV_{DC} \cos(\psi)}{X_{IL} + X_{LB} + X_{IL} \frac{X_{LB}}{X_{SDT}} + (1 + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}}) X_q} \quad (6)$$

$$\bar{I}_{ILd} = \frac{E'_q - V_B \cos(\delta) - \frac{X_{LB}}{X_{SDT}} cV_{DC} \text{sen}(\psi)}{X_{IL} + X_{LB} + X_{IL} \frac{X_{LB}}{X_{SDT}} + (1 + \frac{X_{LB}}{X_{SDT}}) X'_d} \quad (7)$$

De  $\bar{I}_{L0} = \frac{(\bar{V}_L - jX_{IL}\bar{I}_{IL} - \bar{V}_0)}{jX_{SDT}}$  podemos obtener:

$$I_{L0q} = \frac{cV_{DC} \cos(\psi)}{X_{SDT}} - \frac{X_q + X_{IL}}{X_{SDT}} I_{ILq} \quad (8)$$

$$I_{L0d} = \frac{E'_q}{X_{SDT}} - \frac{X'_d + X_{IL}}{X_{SDT}} I_{ILd} - \frac{cV_{DC} \text{sen}(\psi)}{X_{SDT}} \quad (9)$$

El modelo no lineal del sistema de potencia de la Figura 1 se describe con las siguientes ecuaciones [1], [3], [4], [4].

$$\dot{\delta} = w_b W \quad (10)$$

$$\dot{W} = \frac{1}{M} (P_m - P_e - DW) \quad (11)$$

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T_{d0}} [E_{fd} - E_q] \quad (12)$$

$$\dot{E}'_{fd} = -\frac{1}{T_A} [E_{fd} - K_A \cdot (V_{to} - V_t)] \quad (13)$$

Donde:

$$P_e = E_q' I_{tLq} + (X_q - X_d') I_{tLd} I_{tLq} \quad (14)$$

$$E_q = E_q' + (X_d - X_d') I_{tLd} \quad (15)$$

$$V_t^2 = (E_q' - X_d' I_{tLd})^2 + (X_q I_{tLq})^2 \quad (16)$$

Suponiendo variaciones pequeñas alrededor de un punto de operación la forma lineal de las ecuaciones anteriores se presentan a continuación [1], [3], [4].

$$\dot{\Delta\delta} = w_b \Delta W \quad (17)$$

$$\dot{\Delta W} = \frac{1}{M} (-\Delta P_e - D \Delta W) \quad (18)$$

$$\dot{\Delta E_q'} = \frac{1}{T_{d0}'} [\Delta E_{fd} - \Delta E_q'] \quad (19)$$

$$\dot{\Delta E_{fd}'} = -\frac{1}{T_A} [\Delta E_{fd} + K_A \Delta V_t] \quad (20)$$

Donde:

$$\Delta P_e = K_1 \Delta\delta + K_2 \Delta E_q' + K_{pDC} \Delta V_{DC} + K_{pc} \Delta c + K_{p\psi} \Delta\psi \quad (21)$$

$$\Delta E_q = K_4 \Delta\delta + K_3 \Delta E_q' + K_{qDC} \Delta V_{DC} + K_{qc} \Delta c + K_{q\psi} \Delta\psi \quad (22)$$

$$\Delta V_t = K_5 \Delta\delta + K_6 \Delta E_q' + K_{vDC} \Delta V_{DC} + K_{vc} \Delta c + K_{v\psi} \Delta\psi \quad (23)$$

$$\Delta V_{DC} = K_7 \Delta\delta + K_8 \Delta E_q' + K_9 \Delta V_{DC} + K_{dc} \Delta c + K_{d\psi} \Delta\psi \quad (24)$$

Sustituyendo las ecuaciones (21)-(23) en las ecuaciones (19) y (20) y con las ecuaciones (17)-(20) y (24) se obtiene el modelo linealizado del sistema de potencia incluyendo el STATCOM representado mediante el conjunto de ecuaciones en variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta\delta} \\ \dot{\Delta W} \\ \dot{\Delta E_q'} \\ \dot{\Delta E_{fd}'} \\ \dot{\Delta V_{DC}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & W_b & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-k_1}{M} & \frac{-D}{M} & \frac{-k_2}{M} & 0 & \frac{-k_{pdc}}{M} \\ \frac{-k_4}{T_{d0}'} & 0 & \frac{-k_3}{T_{d0}'} & \frac{1}{T_{d0}'} & \frac{-k_{qdc}}{T_{d0}'} \\ \frac{-k_A k_5}{T_A} & 0 & \frac{-k_A k_6}{T_A} & \frac{-1}{T_A} & \frac{-k_A k_{vdc}}{T_A} \\ k_7 & 0 & k_8 & 0 & k_9 \end{bmatrix}$$

$$x \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta W \\ \Delta E_q' \\ \Delta E_{fd}' \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-k_{pc}}{M} & \frac{-k_{p\psi}}{M} \\ \frac{-k_{qc}}{T_{d0}'} & \frac{-k_{q\psi}}{T_{d0}'} \\ \frac{-k_A k_{vc}}{T_A} & \frac{-k_A k_{v\psi}}{T_A} \\ k_{dc} & k_{d\psi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta c \\ \Delta\psi \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[\Delta y] = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{pDC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta W \\ \Delta E_q' \\ \Delta E_{fd}' \\ \Delta V_{DC} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Los parámetros y el punto de operación para el sistema de potencia incluyendo el STATCOM son:

Punto de operación		
P+jQ=0.8+j0.2	$V_{t0} = 1$	
Máquina Síncrona		
$R_S = 0$	$X_d = 1$	$X_q = 0.6$
$X_d' = 0.3$	$X_{SDT} = 0.15$	$T_{d0}' = 5.044$
$H = 3$	$D = 4$	$W_0 = 377$
AVR		
$K_A = 10$	$T_A = 0.01$	
Línea de Transmisión		
$R=0$	$X_{tL} = 0.3$	$X_{LB} = 0.3$
STATCOM		
$c_0 = 0.25$	$\Psi_0 = 52^\circ$	$V_{B0} = 1$
$V_{L0} = 1$	$V_{DC0} = 1$	$C_{DC} = 1$

Tabla 1. Parámetros y punto de operación del sistema.

Calculando las constantes del modelo linealizado y evaluándolas en la matriz de realimentación obtenemos:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 377000 & 0 & 0 & 0 \\ -48.59 & -666.7 & -55.132 & 0 & -16.695 \\ -20.43 & 0 & -231.3 & 198.26 & 13.019 \\ -964.5 & 0 & -999850 & -10000 & -49.312 \\ -400.29 & 0 & 879.52 & 0 & -63.531 \end{bmatrix} \times 1e-3$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.06678 & 0.024354 \\ 0.052076 & 0.010172 \\ -197.25 & 0.6532 \\ 2.7382 & -1.5093 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.2915 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 \end{bmatrix}$$

Se verifica si el sistema es controlable.

La noción de controlabilidad de un sistema está asociada con la posibilidad de hacer que sus variables de estado tomen cualquier valor deseado, no importa cuales sean las condiciones iniciales, en un tiempo finito.

Para determinar si un sistema es o no controlable, con A una matriz de nxn y B una matriz de nxp, se construye la matriz de controlabilidad  $C_0$  y se verifica su rango. El sistema es controlable sí y solo si  $\text{rank}(C_0) = n$ .

$$C_0 = [B, AB, A^2B, A^3B, A^4B]$$

$$\text{Rango}(C_0) = \text{rank}(C_0) = 5$$

El sistema es controlable ya que el rango es de orden 5.

Los valores propios del sistema en lazo abierto son:

$\lambda_1 = -97.9728$
$\lambda_2 = -0.4125 + 4.2652i$
$\lambda_3 = -0.4125 - 4.2652i$
$\lambda_4 = -2.1912$
$\lambda_5 = 0.0275$

Tabla 2. Polos del sistema en lazo abierto.

Puesto que todos los valores propios del sistema están en el semiplano complejo izquierdo a excepción de uno que se encuentra cerca al origen, el sistema tendería a ser estable.

La respuesta del sistema en lazo abierto mostrado en el Figura 2, muestra oscilaciones grandes e inestabilidad.

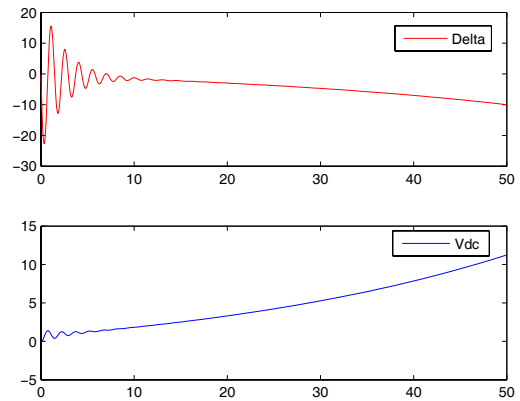


Figura 2. Respuesta en lazo abierto del sistema al escalón.

### 3. DISEÑO DEL CONTROL POR REUBICACIÓN DE POLOS

En este método, la selección de los polos en lazo cerrado es una parte importante del diseño, el cual debe ser correcto para proporcionar el estado estable deseado, y así garantizar que el esfuerzo de control se encuentre en una gama aceptable.

Para un sistema de espacio de estado:

$$\dot{x} = Ax + B\mu \tag{27}$$

$$y = Cx \tag{28}$$

Podemos definir un control por realimentación de estados empleando una matriz de 1xn llamada ganancia de realimentación tal y como se muestra en la ecuación (29).

$$\mu(t) = -kx(t) \tag{29}$$

Reemplazando (29) en (27) obtenemos la ecuación de estado en lazo cerrado.

$$\dot{x} = (A - Bk)x \tag{30}$$

Empleando la función *place* del matlab, se determinan los  $k_i$  de modo que el sistema en lazo cerrado tenga los polos en:

$\lambda_1 = -150$
$\lambda_2 = -0.8 + 1.65i$
$\lambda_3 = -0.8 - 1.65i$
$\lambda_4 = -4.3$
$\lambda_5 = -3$

Tabla 3. Polos deseados del sistema.

$$k_i = \text{place}(A, B, [-150 \ -0.8 + j1.65 \ -0.8 - j1.65 \ -4.3 \ -3])$$

$$k_i = \begin{bmatrix} 0.156 & 17.8 & 5.5563 & 0.5011 & 0.252 \\ 44.3 & 6591.9 & 187.37 & 6.08 & 6.25 \end{bmatrix}$$

**4. DISEÑO DE CONTROL LQR**

Este método determina la matriz de ganancia de realimentación que minimiza el índice de desempeño J. Con esto se logra que se pueda alcanzar un cierto compromiso entre el uso del esfuerzo del controlador, la magnitud, y la velocidad de respuesta garantizando un sistema estable.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + \mu^T R \mu) dt \tag{31}$$

Donde Q y R son matrices simétricas reales definidas positivas.

Empleando la función *lqr* del matlab, se determina la matriz de ganancias de realimentación óptima  $k_i$ , esta función permite escoger los parámetros R y Q, que balancearán la importancia relativa de la entrada y los estados en la función de costo que se esta tratando de optimizar.

Se considera  $Q = C^T C$

$$Q = \begin{bmatrix} 0.085001 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.010034 \end{bmatrix}$$

Y

$$R = \begin{bmatrix} 1e-6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$k_i = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

$$k_i = \begin{bmatrix} -0.0513 & -16.24 & 0.1595 & 0.000303 & 0.1147 \\ 0.0153 & 6.323 & -0.0754 & -0.000145 & -0.0618 \end{bmatrix}$$

**5. SIMULACIONES Y RESULTADOS**

Con el fin de probar la operación del diseño de control con los métodos propuestos bajo diferentes condiciones de operación, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones efectuadas con el software Matlab del sistema con el STATCOM. La escala en el eje horizontal es la variable *tiempo*.

**5.1 Simulación usando Reubicación de Polos**

Inicialmente se prueba el control sin señal de seguimiento y sin perturbación, tal y como se hizo en lazo abierto mostrado en la Figura 2, se observa claramente en la Figura 3 que el amortiguamiento que se presentaba se redujo considerablemente tanto en magnitud como en tiempo.

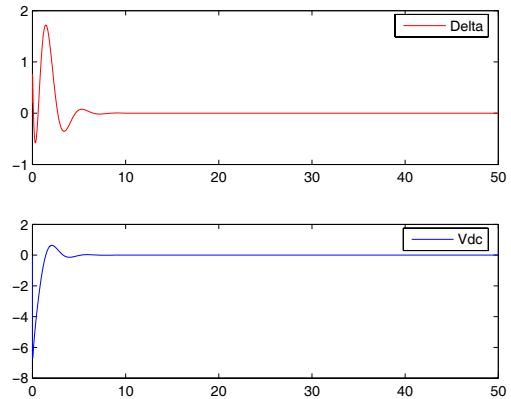


Figura 3. Respuesta en lazo cerrado-Reubicación de Polos sin referencia y sin perturbación

Ahora se realiza la simulación pero introduciendo una señal de seguimiento a los 20 segundos y una perturbación a los 30 segundos.

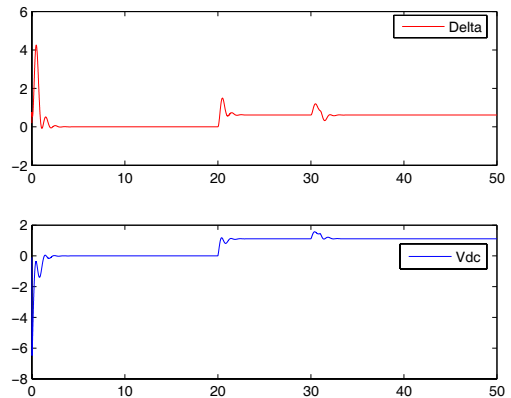


Figura 4. Respuesta en lazo cerrado-Reubicación de Polos con referencia y con perturbación

Se puede observar que ante una señal de seguimiento y una perturbación el sistema alcanza el estado estable rápidamente, ampliando de esta manera los límites de estabilidad.

## 5.2 Simulación usando LQR

Al igual que para el método anterior se prueba inicialmente el control sin señal de seguimiento y sin perturbación (Ver Figura 5), la respuesta del sistema es considerablemente buena ya que reduce el amortiguamiento que se presentaba en las señales observadas en la Figura 2.

Posteriormente se aplica una señal de seguimiento a los 20 segundos y una señal de perturbación a los 30 segundos, tal y como se observa en la Figura 6.

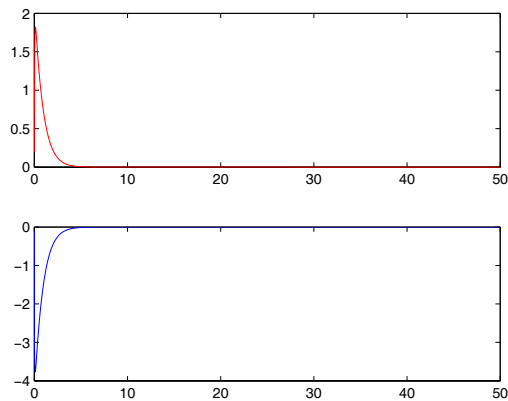


Figura 5. Respuesta en lazo cerrado- LQR sin referencia y sin perturbación

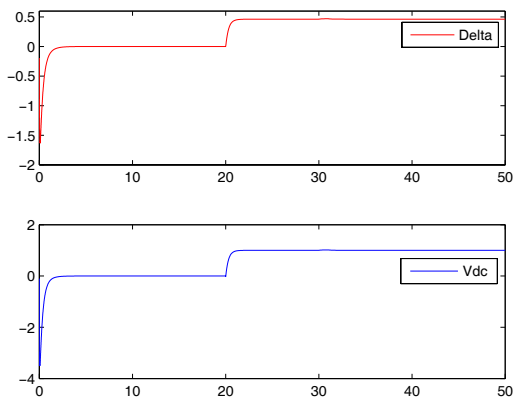


Figura 6. Respuesta en lazo cerrado- LQR con referencia y con perturbación

## 6. CONCLUSIONES

Se comprobó la efectividad de los dos métodos propuestos para el diseño de control de un STATCOM instalado en un sistema de potencia. Ambos métodos presentaron buenos resultados.

Se puede observar con claridad del resultado de las simulaciones que el método de control LQR tiene mejor

comportamiento con respecto al método por reubicación de polos.

El control LQR tiene un tiempo de respuesta más rápido con disminución en las oscilaciones cuando se presentan perturbaciones y cambio en la referencia, brindando de esta manera una respuesta satisfactoria y estable para el sistema.

Se comprueba además que con este tipo de control por realimentación de estados las oscilaciones son más pequeñas lo cual implica un mejoramiento en la dinámica del sistema y la ampliación de los límites de estabilidad.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] H. F. Wang. "Phillips-Heffron model of power systems installed with STATCOM and applications," *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, vol.146, N° 5, September 1999.
- [2] A. Valipour Arkhloo "An LQR/Pole Placement Controller Design for STATCOM," *Control Conference*, July 26 2007-June 31 2007. Zhangai, China.
- [3] A. Alzate, C.A Torres and A. Escobar "Efectos de un Compensador Serie Síncrono Estático en un Sistema de Potencia," *SCIENTIA ET TECHNICA*, vol.37, pp. 19-24, 2007.
- [4] P. W. Sauer, *Power System Dynamics and Stability*, vol. I. New Jersey: Prentice Hall, 1998, p. 221. G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics," in *Plastics*, 2nd ed., vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15-64.
- [5] A. Alzate, *Dinámica de sistemas eléctricos: Estabilidad y control* Maestría en Ingeniería eléctrica 2000.UTP.
- [6] L. R. S. Colman, and P. B. Araujo "Effects of the Thyristor Controlled Serie Capacitor on the Electric Power System," *IEEE/PES Transmission & Distribution Conference & Exposition: Latin America*, pp. 481-486, 2004