

MODELO PROBABILÍSTICO PARA LOS FENÓMENOS DE TRANSFERENCIA ENTRE PROGRAMAS DE PREGRADO Y DE DESERCIÓN ESTUDIANTIL

Probabilistic Model for the Phenomena of Transfer among Undergraduate Programs and Student Desertion

RESUMEN

Este artículo presenta un estudio sobre el modelamiento de los fenómenos de transferencia entre programas de pregrado y de deserción estudiantil en la Universidad Tecnológica de Pereira mediante el proceso de Markov discreto en el estado y continuo en el tiempo utilizando estadísticas correspondientes a 15 semestres académicos.

PALABRAS CLAVES: Procesos estocásticos, probabilidad, estadística, educación, demografía.

ABSTRACT

This paper presents a study on the modeling of the phenomena of transfer among undergraduate programs and student desertion at the Universidad Tecnológica de Pereira by means of the discrete-state continuous-time Markov Process using statistics corresponding to 15 academic semesters.

KEYWORDS: Stochastic processes, probability, statistics, education, demography

ANDRÉS GIRALDO G.

Estudiante de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
andresgirak@hotmail.com

CARLOS J. ZAPATA G.

Ingeniero Electricista, MSc.
Profesor Asociado
Facultad de Tecnologías
Universidad Tecnológica de Pereira.
cjjzapata@utp.edu.co

ELIANA M. TORO O.

Ingeniera Industrial, MSc.
Profesora Asistente
Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica de Pereira
elianam@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

Las universidades dentro de las estrategias de retención de sus estudiantes plantean como alternativa permitir la transferencia interna entre programas; esta es una de las situaciones más comunes que se presentan, la cual consiste en la solicitud que hace un estudiante a la universidad para cambiarse de carrera. El que se presenten estas transferencias puede tener diferentes causas tales como: falta de orientación profesional en los colegios, exigencia en el nivel académico, insatisfacción por parte del estudiante en su actual carrera y otras razones que logran influenciar al estudiante sobre la decisión de elegir el programa académico a cursar. El proceso de transferencias implica costos en el sistema de funcionamiento de las universidades públicas y para la sociedad. Además existe conexión entre el fenómeno de transferencia entre programas académicos de pregrado y la deserción estudiantil.

Caicedo [1], miembro del Ministerio de Nacional de Colombia (MEN), en su estudio sobre la deserción universitaria de los estudiantes colombianos, sostiene que el 52% de los estudiantes universitarios comienzan una carrera universitaria, y no la concluyen. Esta cifra de deserción universitaria fue calificada como una verdadera "tragedia nacional" y como una muestra de la "monumental crisis de la educación superior".

Según el MEN, de las promociones de estudiantes que terminaron estudios entre 1999 y el 2004, el 48% en promedio finalizaron sus estudios. Es decir, de cada dos estudiantes que se matriculan en un programa de pregrado, solo uno culmina su carrera. La preocupación es mayor si se tiene en cuenta que el 39.52% de quienes abandonan sus estudios lo tienen que hacer por razones económicas. Al respecto, de las razones o factores que puedan explicar la retención o deserción, Himmel [2] en su investigación sobre la deserción desde una perspectiva conceptual, concluye que los diversos modelos enfatizan factores psicológicos, económicos, sociológicos, organizacionales o de interacción entre el estudiante y la institución. Que en alguna medida coincide con Escalante [3] quien señala que los factores son de orden económico, personal, familiar, motivacional, vocacional y académico.

De otra parte, el proceso de transferencias entre programas académicos y la deserción estudiantil son fenómenos aleatorios, por lo cual, deben ser representados mediante modelos probabilísticos.

Así, el objetivo de este trabajo es mostrar como estos fenómenos aleatorios puede ser representados mediante el proceso de Markov discreto en el estado y continuo en el tiempo.

2. MARCO TEÓRICO [4]- [9]

En toda organización es importante la toma de decisiones sobre diferentes eventos que puedan presentarse. En muchos casos este procedimiento se realiza sobre la base de la incertidumbre acerca del evento futuro. Sobre este concepto se fundamentan los procesos estocásticos cuyo objetivo es describir el comportamiento de un fenómeno aleatorio durante algunos periodos determinados.

Un proceso estocástico se define como una colección indexada de variables aleatorias $\{X_t\}$ en donde X es una característica de interés que se puede medir en el tiempo "t". Esta característica puede encontrarse en una o varias categorías mutuamente excluyentes entre sí. Estas categorías representan los estados en los cuales puede encontrarse el sistema, y es en estos estados en donde se mide la variable aleatoria.

El estudio de los procesos estocásticos puede diferir de acuerdo a como se definan el espacio de estados y el tiempo, de acuerdo a esto un proceso estocástico puede ser como se define la Tabla 1.

Estado	Tiempo	Ejemplos
Discreto	Discreto	Cadena Markov
Discreto	Continuo	Poisson, Markov
Continuo	Discreto
Continuo	Continuo	Proceso Gamma, Proceso Gaussiano

Tabla 1. Clasificación de los procesos Estocásticos.

Una cadena de Markov de tiempo continuo se presenta cuando las probabilidades de transición entre estados no son constantes en un Δt discreto, por tanto se considera que el proceso evoluciona en forma continua a través del tiempo; por esto el valor del tiempo aquí no es considerado un número entero. Los tiempos de transición entre los estados son variables aleatorias continuas que se describen mediante distribuciones de probabilidad.

En este tipo de procesos se consideran las tasas de transición h_{ij} , que representan la cantidad de transiciones desde el estado i hacia el estado j, y son los elementos constitutivos de la matriz de transiciones H que describe al sistema:

$$[\dot{P}] = [P][H] \tag{1}$$

Donde:

P: Es el vector fila de las probabilidades de cada uno de los estados como función del tiempo

\dot{P} : Es el vector fila de las derivadas con respecto al tiempo de las probabilidades de los estados como

función del tiempo; es decir, $\dot{p}_{ij} = \frac{dp_{ij}}{dt}$

Cuando se considera un proceso de Markov en el tiempo se debe realizar un análisis de estabilidad de la matriz de transiciones que indica si es posible resolver el sistema mediante este tipo de modelo, se pueden presentar las siguientes posibilidades:

1. Sistema asintóticamente estable.
2. Sistema marginalmente estable.
3. Sistema inestable.

De acuerdo a este análisis de estabilidad, se debe determinar la continuidad del procedimiento de solución, que sólo puede realizarse si se cumple la posibilidad 1.

Para aplicar este modelo a un problema real se requiere:

1. Definir los estados discretos con los cuales se pueden representar las características de interés del sistema bajo estudio.
2. Determinar si todas las tasas de transición entre estados son constantes con respecto al tiempo ó si todos los tiempos de transición entre estados están exponencialmente distribuidos.

A partir de una muestra de datos tomada durante un periodo de tiempo T, la tasa de transición entre estados o "tasa de eventos" se define en forma estadística como:

h_{ij} es el número de transiciones n_t del estado i al estado j en un periodo de tiempo T, por unidad de tiempo en que el sistema estuvo en el estado i y se calcula mediante (2).

$$h_{ij} = \frac{n_t}{\sum_{k=1}^{n_t} (t_{ij})_k} \tag{2}$$

Se debe verificar que la tasa de eventos sea constante durante el periodo de tiempo T de los registros; esta verificación se hace en forma gráfica dividiendo el periodo de tiempo de los registros en sub-periodos para los cuales se determina el número de eventos (Ver la Figura 1).

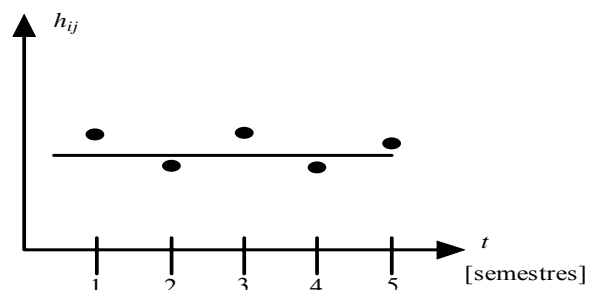


Figura 1. Gráfica de la tasa de eventos con respecto al tiempo.

De otra parte, también se puede determinar mediante una prueba de bondad de ajuste que determine si los datos de tiempos de transición entre estados se ajustan a una distribución exponencial. En caso de cumplirse la prueba, el parámetro de la distribución será la tasa de transición entre estados.

Al evaluar los valores propios y vectores propios de H se puede resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (1) de la siguiente forma:

$$[P(t)]^t = \sum_{i=1}^n c_i * v_i * e^{\lambda_i * t} \quad (3)$$

Donde:

λ_i : Es el valor propio i de la matriz H .

v_i : Es el vector propio columna asociado con el valor propio i que es calculado a partir de H^t . Recordar que los vectores propios no son únicos.

c_i : Es una constante a ser determinada por medio de las condiciones iniciales

Otros métodos de solución de este sistema de ecuaciones diferenciales se pueden consultar en textos de ecuaciones diferenciales, teoría de control y métodos numéricos.

Un sistema es marginalmente estable si algunos de los valores propios de H ocurren como un solo valor en el origen del plano complejo o como parejas de valores simples en el eje imaginario y el resto de valores propios están ubicados en el lado izquierdo del plano complejo. Para el proceso de Markov continuo en el tiempo se tiene que siempre uno de los valores propios es cero y todos los otros valores propios tienen parte real negativa.

La frecuencia con que se presenta un estado i , representa la cantidad de veces que se presenta un estado del proceso, en el tiempo, según la Ecuación (4). La frecuencia de ocurrencia de un estado se calcula mediante el producto de la probabilidad de estado estable del estado i por la sumatoria de las tasas de salida desde ese estado hacia los otros.

$$f_i = P_i(\infty) * \sum_{j=1}^n h_{ij} \quad (4)$$

El tiempo medio gastado es un estado i o duración media en este estado es el inverso de sumatoria de las tasas de salida desde ese estado. Este valor se calcula a partir de la expresión (5).

$$m_i = 1 / \sum_{j=1}^n h_{ij} \quad (5)$$

3. RECOLECCIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN PRIMARIA

Inicialmente se debe formar la matriz de transiciones que permitirá realizar los diferentes cálculos matemáticos y análisis del proceso en el tiempo. La información recopilada es de tipo semestral, tomada de las estadísticas del centro de registro y control académico de la Universidad Tecnológica de Pereira, iniciando en el primer semestre de 2000 hasta el segundo semestre del 2007; teniendo en cuenta que no existe información para el segundo semestre del 2002, debido a que en este periodo no hubo normalidad académica. Adicionalmente se cuenta con la información de deserción de cada una de los programas para el mismo periodo.

3.1 Cálculo de las tasas de transición

Se calculan las tasas de transición entre los programas mediante la Ecuación (6).

$$h_{ij} = \frac{\sum_{s=1}^L (n_{ij})_s}{L} \quad (6)$$

En donde la sumatoria corresponde a todos los estudiantes que se han transferido del programa i al programa j en los L semestres evaluados y $L=15$ semestres.

3.2 Análisis para aplicar procesos de Markov continuo en el tiempo y discreto en el estado.

Se revisan los datos totales de transferencias en cada uno de los periodos evaluados, realizando análisis gráfico que se muestra en la Figura 2 basada en la Tabla 2.

Semestre	Transferencias
1	89
2	91
3	90
4	56
5	91
6	108
7	62
8	145
9	110
10	208
11	115
12	143
13	125
14	147
15	120

Tabla 2. Número de transferencias por semestre

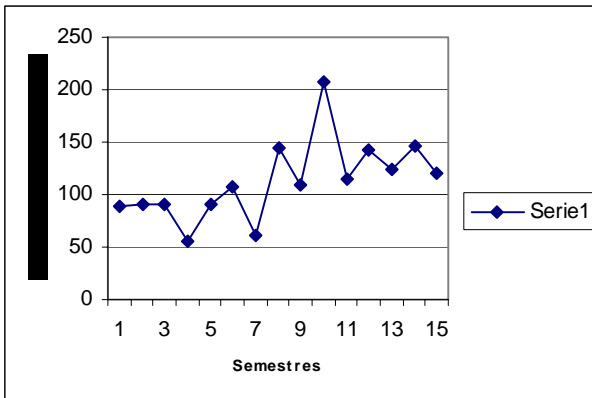


Figura 2. Transferencias por semestre

El número de transferencias cambia conforme cambia el tamaño de la población estudiantil total matriculada en la universidad, sin embargo, su porcentaje permanece aproximadamente constante, lo cual indica tasas de transición entre programas constantes.

4. MODELO MATEMATICO DEL FENÓMENO DE TRANSFERENCIA ENTRE PROGRAMAS

El sistema se compone de 8 estados en donde cada estado representa una de las carreras en las que puede encontrarse el estudiante; todos los estados tiene comunicación entre sí

- Estado 1: Ingeniería Mecánica
- Estado2: Ingeniería Industrial
- Estado3: Ingeniería Eléctrica
- Estado 4: Ingeniería de Sistemas
- Estado 5: Tecnología Mecánica
- Estado 6: Tecnología Industrial
- Estado 7: Tecnología Eléctrica
- Estado 8: Otros programas

En la tabla 3 se muestran las transferencias entre los programas de pregrado observados. Con base en ella se realizan los cálculos de acuerdo a la Ecuación (6) y se construye la matriz de transiciones H para el problema en estudio, tomando en cuenta el factor L =15 semestres, que corresponde al horizonte de observación.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	-107	28	26	4	16	5	5	23
2	8	-48	2	8	1	8	1	20
3	27	65	-182	22	5	9	18	36
4	8	37	9	-114	1	13	5	41
5	80	19	13	5	-186	11	8	50
6	10	44	1	9	3	-107	2	38
7	10	21	146	6	15	11	-254	45
8	22	56	36	54	26	28	19	-241

Tabla 3. Transferencias entre estados (Estudiantes que se transfirieron dentro de los 15 semestres del estudio).

Resolviendo los valores propios y vectores propios de la matriz H se obtienen las ecuaciones (7) a (14) que representan el sistema.

Para resolver el sistema de ecuaciones se parte del supuesto que la población estudiantil está en el estado 1 y se evalúa en t=0, esto en razón a que la estabilidad del sistema es independiente del estado inicial.

Estas ecuaciones están conformadas de una parte estable y otra transitoria: la estable se refiere a las probabilidades de largo plazo y las transitorias sirven para realizar predicciones a corto plazo. El estas ecuaciones, el tiempo t se mide en semestres.

$$P_1(t) = 0.1151e^{\lambda_1 t} + 0.0115e^{\lambda_2 t} - 0.0127e^{\lambda_3 t} + 0.1070e^{\lambda_4 t} + 0.1570e^{\lambda_5 t} + 0.3227e^{\lambda_6 t} + 0.2917e^{\lambda_7 t} + 0.0077e^{\lambda_8 t} \tag{7}$$

$$P_2(t) = 0.46471e^{\lambda_1 t} + 0.0202e^{\lambda_2 t} - 0.0164e^{\lambda_3 t} - 0.01080e^{\lambda_4 t} + 0.1098e^{\lambda_5 t} - 0.7703e^{\lambda_6 t} + 0.2208e^{\lambda_7 t} - 0.0109e^{\lambda_8 t} \tag{8}$$

$$P_3(t) = 0.6631e^{\lambda_1 t} - 0.0872e^{\lambda_2 t} + 0.0885e^{\lambda_3 t} + 0.0420e^{\lambda_4 t} - 0.3054e^{\lambda_5 t} + 0.1634e^{\lambda_6 t} + 0.0646e^{\lambda_7 t} - 0.0322e^{\lambda_8 t} \tag{9}$$

$$P_4(t) = 0.1077e^{\lambda_1 t} + 0.0158e^{\lambda_2 t} - 0.0066e^{\lambda_3 t} + 0.0136e^{\lambda_4 t} + 0.1378e^{\lambda_5 t} + 0.0884e^{\lambda_6 t} - 0.2072e^{\lambda_7 t} - 0.1496e^{\lambda_8 t} \tag{10}$$

$$P_5(t) = 0.322e^{\lambda_1 t} - 0.0009e^{\lambda_2 t} + 0.0085e^{\lambda_3 t} - 0.1229e^{\lambda_4 t} - 0.0273e^{\lambda_5 t} + 0.0732e^{\lambda_6 t} + 0.0338e^{\lambda_7 t} - 0.0033e^{\lambda_8 t} \tag{11}$$

$$P_6(t) = 0.0910e^{\lambda_1 t} + 0.0022e^{\lambda_2 t} + 0.0012e^{\lambda_3 t} + 0.0159e^{\lambda_4 t} + 0.0200e^{\lambda_5 t} + 0.0352e^{\lambda_6 t} - 0.3560e^{\lambda_7 t} + 0.1906e^{\lambda_8 t} \tag{12}$$

$$P_7(t) = 0.0203e^{\lambda_1 t} + 0.0638e^{\lambda_2 t} - 0.00553e^{\lambda_3 t} - 0.0041e^{\lambda_4 t} - 0.0557e^{\lambda_5 t} + 0.0351e^{\lambda_6 t} + 0.0028e^{\lambda_7 t} - 0.0069e^{\lambda_8 t} \tag{13}$$

$$P_8(t) = 0.1026e^{\lambda_1 t} - 0.0255e^{\lambda_2 t} - 0.0073e^{\lambda_3 t} - 0.0334e^{\lambda_4 t} - 0.0363e^{\lambda_5 t} + 0.0524e^{\lambda_6 t} - 0.0505e^{\lambda_7 t} - 0.0020e^{\lambda_8 t} \tag{14}$$

5. RESULTADOS PARA EL FENÓMENO DE TRANSFERENCIAS

5.1 probabilidades de largo plazo

Estado=programa	Probabilidad
Ingeniería Mecánica	0.1151
Ingeniería Industrial	0.4647
Ingeniería Eléctrica	0.0663
Ingeniería de Sistemas	0.1077
Tecnología Mecánica	0.0322
Tecnología Industrial	0.0910
Tecnología Eléctrica	0.0203
Otros programas	0.1026

Tabla 4. Probabilidades de largo plazo

Cada una de estas probabilidades da una predicción del programa académico donde se encuentra un estudiante típico que se transfiere. Por ejemplo, la probabilidad de encontrar un estudiante que se transfiere en el programa de ingeniería de sistemas es del 10.77%.

5.2 Frecuencia y Duración de cada estado

Programa	Frecuencia(f_i) [veces/semestre]	Duración (m_i) [Semestres]
Ing. Mecánica	0.8210	0.14018
Ing. Industrial	1.4870	0.3125
Ing. Eléctrica	0.8044	0.0824
Ing. Sistemas	0.8185	0.13157
Tec. Mecánica	0.3992	0.08064
Tec. Industrial	0.6431	0.14018
Tec. Eléctrica	0.3437	0.0590
Otros programas	1.6484	0.0622

Tabla 5. Frecuencia y Duración por estados.

Para un periodo de estudio dado, estos resultados se interpretan de la siguiente forma: la frecuencia es el número de veces que un estudiante transferente visita un programa dado y la duración es el tiempo total que permanece en un programa durante el número de veces que lo visitó.

Como ejemplo, en la Tabla 6 se presentan los valores de frecuencia y duración para un periodo de estudio de 10 semestres, donde se ha redondeando a entero los valores de frecuencia y duración.

Programa	Frecuencia [Veces]	Duración [semestres]
Ing. Mecánica	8	1
Ing. Industrial	15	5
Ing. Eléctrica	8	1
Ing. Sistemas	8	1
Tec. Mecánica	4	0
Tec. Industrial	6	1
Tec. Eléctrica	3	0
Otros programas	16	1

Tabla 6. Frecuencia y duración para 10 semestres

Como se observa en la Tabla 6, en un periodo de 5 años, el estudiante transferente estará de a un semestre en los programas de ing. mecánica, ing. eléctrica, ing. de sistemas y tec. Industrial, un semestre en uno de los otros programas y cinco semestres en el programa de ing. industrial; esto porque el modelo considera que el estudiante transferente simplemente va de programa en programa.

Dado que las transferencias solo se permiten cada semestre, en un periodo de 10 semestres un estudiante solo puede transferirse 9 veces entre programas. Así, el concepto de frecuencia presentado en la Tabla 6 no tiene sentido para el caso bajo estudio; estas frecuencias corresponden a un proceso aleatorio en el cual en cualquier instante de tiempo se puede dar el cambio entre estados, lo cual no aplica para el caso bajo estudio.

6. MODELO MATEMATICO DEL FENÓMENO DE DESERCIÓN

Un estudiante se considera desertor al no haberse matriculado por dos semestres consecutivos [10]. Con base en esto se evaluaron los registros de los estudiantes transferidos que desertaron de la universidad, obteniéndose los resultados de la Tabla 7 adicionalmente se muestra la deserción de otros programas de forma detallada, para justificar el hecho agruparlas bajo un solo estado denominado otros programas que se muestran en la Tabla 8.

Programa	Estudiantes que se transfieren	Desertores	Probabilidad de deserción
Ing. Mecánica	165	42	0.2545
Ing. Industrial	242	26	0.1074
Ing. Eléctrica	207	43	0.2077
Ing. Sistemas	104	23	0.2212
Tec. Mecánica	51	24	0.4706
Tec. Industrial	80	13	0.1625
Tec. Eléctrica	53	20	0.3727
Otros programas	321	53	0.1651

Tabla 7. Probabilidad de deserción de los estudiantes transferidos.

Los estudiantes transferidos a Tecnología Mecánica y Tecnología Eléctrica son los que tienen mayor probabilidad de deserción; los estudiantes transferidos a Ingeniería Industrial, Tecnología Industrial y Otros programas son los que tienen menor probabilidad de deserción.

Otros programas	Deserción
Ing. Física	11
Deportes	6
Tec. Química	5
Lic. Matemáticas	4
Lic. Comunicación	4
Lic. Pedagogía	3
Lic. Comunic e info.	4
Ad. Industrial	3
Ad. del medio Ambiente	5
Química Industrial	2
Lic. en Música	2
Medicina	2
Lic. Etnoeducación	1
Lic. Español y Literatura	1

Tabla 8. Número de desertores de estudiantes transferidos a otros programas.

7. CONCLUSIONES

1. El proceso de Markov discreto en el estado y continuo en el tiempo permite modelar los fenómenos de transferencia de estudiantes entre programas de pregrado y de deserción estudiantil.
2. Este tipo de modelamiento permite obtener índices descriptores de los fenómenos aleatorios bajo estudio como la probabilidad de encontrar un estudiante transferente en alguno de los programas, la frecuencia con se presentan transferencias a cada programa y la duración media en cada programa, lo cual, da una base analítica para programar los recursos de la universidad
3. Se presenta un ejemplo de aplicación real tomando estadísticas correspondientes a 15 semestres académicos de la Universidad Tecnológica de Pereira.
4. El método presentado es una forma de análisis de los fenómenos de transferencias entre programas de pregrado y de deserción estudiantil que va más allá de los enfoques meramente estadístico-descriptivos.

8. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Caicedo C, "Alto porcentaje de deserción universitaria; estadística alcanza el 52% y es considerada como una tragedia nacional". La Prensa, junio 20 de 2005.
- [2] Himmel E. Modelos de análisis de la deserción estudiantil en la educación superior, 2005.
- [3] W. Escalante, Deserción universitaria en el área de ingenierías, Tesis doctoral en Ciencias Sociales de la Universidad Católica "Santa María" de Arequipa, 2005.
- [4] Zapata C. J, Análisis probabilístico y simulación, Universidad Tecnológica de Pereira, 2007.
- [5] Vega M. V, Cadenas de Markov de tiempo continuo y aplicaciones. Monografía. Licenciatura en

matemática. Universidad de la República de Uruguay, 2004.

- [6] Billinton R, Allan R, Reliability evaluation of engineering systems: concepts and techniques, Pitman, 1982
- [7] Torres A, *Probabilidad, procesos estocásticos y confiabilidad en ingeniería eléctrica*, Universidad de los Andes, 2005.
- [8] Law A. M, Kelton D. W, *Simulation Modeling and Analysis*, Mc-Graw Hill, 2000.
- [9] Miller I. R, Freund J. E, Johnson R, "Probability and statistics for engineers", Prentice Hall, 1992.
- [10] Sistema de prevención y análisis de la deserción en las instituciones de educación superior. Manual del administrador. versión 2.4. (Sin fecha)