

# TÉCNICA DE DESCOMPOSICIÓN APLICADA AL PROBLEMA DE FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO MULTI-ÁREA.

Decomposition approach Applied to the Multi-Area Optimal Power Flow Problem

## RESUMEN

En este artículo, se presenta un método para la solución descentralizada del problema de flujo de potencia óptimo (OPF por su acrónimo en inglés). El modelo del problema es resuelto por medio de una técnica descentralizada, consistente en regiones, donde la compañía en cada área opera su sistema de forma independiente y se obtiene una solución descentralizada coordinada óptimamente. El esquema propuesto se basa en el método de la Lagrangeana aumentada y utiliza el principio del problema auxiliar (APP por su acrónimo en inglés).

**PALABRAS CLAVES:** APP, Esquema descentralizado, Flujo de potencia óptimo, Multi-Área, FPO, Principio del problema auxiliar.

## ABSTRACT

*This paper presents a method for the decentralized solution of the optimal power flow (OPF) problem of interconnected power systems. The OPF model is solved in a decentralized framework, consisting of regions, where the company in each area operate its system independently of the other areas, obtaining an optimal coordinated but decentralized solution. The proposed scheme is based on an augmented Lagrangian approach using the auxiliary problem principle (APP).*

**KEYWORDS:** APP, Decentralized scheme, Optimal power flow, Multi-Area, OPF, Auxiliary problem principle.

## 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas eléctricos de potencia son controlados por el operador del sistema de transmisión quien, en sistemas interconectados, controla una parte dedicada del sistema o área de control. Así, existen múltiples entidades de control interconectadas que deben ser coordinadas para garantizar la operación económica y confiable del sistema, especialmente en casos de emergencia o contingencias.

La coordinación de estas entidades puede realizarse a través de un procedimiento de optimización, donde todas las entidades envían los datos, del estado actual de su área, a un centro de control, donde son procesados. Posteriormente, el resultado obtenido (variables de control) es retornado a las respectivas entidades de control para que sean implementadas las acciones necesarias en cada área. Este esquema de *control centralizado* presenta algunas dificultades que deben ser consideradas:

- Es necesario intercambiar con el centro de control una gran cantidad de información. Esto se vuelve un inconveniente si se consideran las grandes distancias de interconexión entre áreas en los sistemas de potencia ya que este hecho afecta los costos, calidad y la capacidad de los canales de comunicación.

- El esquema centralizado, bajo ciertas condiciones, no es confiable. Una falla en el centro de control afecta todo el sistema.

- Resolver un problema de optimización de gran tamaño y complejidad puede producir un gran esfuerzo computacional y alcanzar tiempos prohibitivos de respuesta. En un esquema centralizado el esfuerzo computacional crece exponencialmente con el tamaño del problema de optimización.

El modelo matemático para este problema es.

$$\min f(X) \quad (1)$$

$$s.a \quad G(X) = 0 \quad (2)$$

$$H(X) \leq 0 \quad (3)$$

Donde (2)-(3) son restricciones de igualdad y desigualdad respectivamente.

Un esquema que ha ganado gran importancia en los últimos años por sus características de desempeño, confiabilidad, economía, flexibilidad y robustez es el *control descentralizado* [5]. En este esquema el problema global de optimización es dividido en subproblemas asociados a cada área, donde cada entidad resuelve su propio problema de optimización. Alguna información estratégica es intercambiada entre áreas de forma que a través de un proceso iterativo la optimización

## MAURICIO GRANADA E.

Ingeniero Electricista, M.Sc.  
Profesor Auxiliar  
Programa de Ingeniería Eléctrica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
magra@utp.edu.co

## JOSE R. S. MANTOVANI

Ingeniero Electricista, Ph.D.  
Profesor asociado  
Feis-UNESP-Ilha Solteira-Brasil  
mant@dee.feis.unesp.br

descentralizado alcanza la misma solución óptima obtenida por el esquema centralizado.

Las principales razones para adoptar un proceso de control descentralizado consisten en las siguientes:

- La cantidad de información intercambiada entre áreas es mucho menor que la intercambiada en el esquema centralizado. Además, sólo se intercambia información entre áreas vecinas, lo cual implica que las distancias involucradas son menores.

- Es un esquema más robusto debido a que una falla en una entidad controladora de un área específica sólo afecta esta área específica. Las demás áreas tienen la capacidad de reordenar su operación entre ellas mismas.

- Generalmente, las diferentes áreas que identifican un sistema de potencia interconectado de gran tamaño tienen diferentes normativas y criterios de optimización. Esto produce diferentes restricciones operativas y diferentes funciones objetivo. En el procedimiento descentralizado cada entidad asociada a un área resuelve su propio problema de optimización, lo cual hace que este esquema sea propicio para este tipo de situación.

- La descomposición del problema global en subproblemas más pequeños asociados a diferentes áreas permite incorporar técnicas de procesamiento paralelo para disminuir el esfuerzo computacional. Así, usando el esquema de descomposición, el esfuerzo computacional incrementa de forma lineal con el tamaño del problema. Lo anterior, facilita incorporar un control en línea del sistema de potencia.

## 2. PROBLEMA DE DESCOMPOSICIÓN REGIONAL

Existen problemas de optimización que son clasificados como de estructura separable y su solución hace parte de la teoría de los algoritmos de dos niveles. Este tipo de problemas, pueden ser representados a través de regiones superpuestas que tienen variables propias de cada región ( $X_A$ ,  $X_B$ ) y variables en común ( $Y$ ), como se muestra en la figura 1. En la práctica, el problema de descomposición regional generalmente comprende más de dos regiones, sin embargo la filosofía de la descomposición puede ser ilustrada para el caso básico de dos regiones. Clasificando las variables por su relación geográfica se debe tener en cuenta que el vector  $X_A$  contiene todas las variables que son relevantes a la región A pero que no están incluidas en el vector  $Y$ .

Similarmente, el vector  $X_B$  contiene todas las variables que son relevantes a la región B pero que no están incluidas en  $Y$ . Por lo tanto, la región A tiene el vector de variables de estado ( $X_A, Y$ ), mientras que la región B tiene el vector ( $Y, X_B$ ). El vector  $Y$  contiene las variables denominadas de *borde* o frontera. Estas variables son las que determinan el acople entre las regiones. Los vectores

$X_A$  y  $X_B$  contienen las variables denominadas de *núcleo* para las regiones A y B, respectivamente.

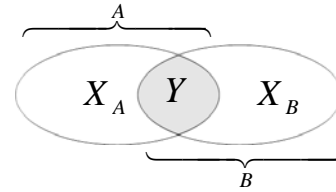


Figura 1. Caso básico de dos regiones.

Así, la función objetivo global está constituida por dos funciones de costo  $f_A(X_A)$  y  $f_B(X_B)$  que corresponden, por ejemplo, a los costos de producción de las áreas A y B. Un requerimiento indispensable para la aplicación de la descomposición es que los diferentes componentes de cada función objetivo deben contener variables asociadas a una única área. Lo anterior se aplica también a las restricciones de igualdad y desigualdad, ya que es necesario que sean separables y estén asociadas a un área. Es decir, tanto la función objetivo como las restricciones de igualdad y desigualdad deben poder ser separables, de lo contrario el problema no puede ser resuelto a través de un procedimiento descentralizado[1]. El modelo matemático de problemas de optimización separables es de la forma:

$$\min_{X_A, X_B, Y} f_A(X_A) + f_B(X_B) \quad (4)$$

$$s.a \quad G_A(X_A, Y) = 0 \quad (5)$$

$$G_B(Y, X_B) = 0 \quad (6)$$

$$H_A(X_A, Y) \leq 0 \quad (7)$$

$$H_B(Y, X_B) \leq 0 \quad (8)$$

Donde (5)-(6) son restricciones de igualdad y (7)-(8) son restricciones de desigualdad para cada una de las áreas A y B, respectivamente. Este modelo es equivalente al mostrado en (1)-(3).

## 3. TECNICA DE DESCOMPOSICIÓN: PRINCIPIO DEL PROBLEMA AUXILIAR

A fin de poder descomponer el problema (4)-(8) en la suma de dos subproblemas equivalentes correspondientes a cada área, la estrategia utilizada consiste en duplicar las variables de borde  $Y$  en  $Y_A$  y en  $Y_B$  y asignarlas a las áreas A y B respectivamente. Por lo anterior, para que el problema (4)-(8) no se modifique por la duplicación de las variables de borde, es necesario incorporar al modelo una restricción adicional que garantice la igualdad entre  $Y_A$  y  $Y_B$ :

$$Y_A - Y_B = 0 \quad (9)$$

La restricción complicante (9) puede ser incorporada a la función objetivo original a través de una *Función Lagrangeana* (FL) aumentada.

$$\min_{X_A, X_B, Y} f_A(X_A) + f_B(X_B) + \lambda^T (Y_A - Y_B) + \underbrace{\frac{\beta}{2} \|Y_A - Y_B\|^2}_a \quad (10)$$

s.a (5)–(8)

La FL Aumentada posee una ventaja significativa sobre la FL Estándar que consiste en la adición del término cuadrático indicado como  $a$  en (10). Este término asegura convexidad local y adicionalmente mejora el proceso de convergencia, por ser una aproximación cuadrática. Sin embargo, convierte a (10) en una función objetivo no separable debido a que se generan productos entre las variables de las diferentes áreas.

El *Principio del Problema Auxiliar* (APP) presenta una solución a este inconveniente consistente en linealizar el término  $a$  y, a través de aproximaciones sucesivas, encontrar la solución del problema en la  $k$ -ésima iteración. Aplicando este principio[2], la solución del problema de optimización (10) puede ser obtenida resolviendo una secuencia de los siguientes problemas auxiliares:

$$(X_A^{k+1}, Y_A^{k+1}, Y_B^{k+1}, X_B^{k+1}) = \arg \min_{\substack{(X_A, Y_A) \in A \\ (Y_B, X_B) \in A}} \left\{ \begin{aligned} & f_A(X_A) + f_B(X_B) + \\ & \frac{\beta}{2} \|Y_A - Y_A^k\|^2 + \frac{\beta}{2} \|Y_B - Y_B^k\|^2 + \\ & \gamma (Y_A - Y_B)^T - (Y_A^k - Y_B^k) + \\ & (\lambda^k)^T (Y_A - Y_B) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha (Y_A^k - Y_B^k) \quad (12)$$

Donde  $k$  es el número de la iteración,  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  son constantes positivas y el superíndice  $T$  denota transposición.

En cada iteración  $k$  son actualizadas las variables de borde  $Y_A^{k+1}$ ,  $Y_B^{k+1}$  y las variables de núcleo  $X_A^{k+1}$ ,  $X_B^{k+1}$ . Las condiciones iniciales para  $k=0$  ( $X_A^0, Y_A^0, Y_B^0, X_B^0$  y  $\lambda^0$ ) pueden ser escogidas arbitrariamente, pero garantizando que sean factibles. Un punto donde todas las variables sean iguales a cero se sugiere como un adecuado punto inicial [2]. La actualización de los multiplicadores de Lagrange es realizada usando un método de subgradiente como se muestra en (12). En esta expresión,  $\lambda^k$  puede ser interpretado como el costo a ser pagado por hacer cumplir la restricción de igualdad  $Y_A^k - Y_B^k = 0$  en cada iteración del proceso. Además, este término es el principal responsable de la coordinación y

adaptación de las variables de borde para búsqueda de convergencia.

El APP permite descomponer el problema global en un conjunto de subproblemas de optimización, uno para cada región, debido a que cada variable del problema puede ser asignada explícitamente a una región. El subproblema de optimización para el área  $A$  es dado por (13) y para el área  $B$  por (14):

$$(X_A^{k+1}, Y_A^{k+1}) = \arg \min_{\substack{(X_A, Y_A) \in A \\ (Y_B, X_B) \in A}} \left\{ f_A(X_A) + \frac{\beta}{2} \|Y_A - Y_A^k\|^2 + \gamma (Y_A)^T (Y_A - Y_B^k) + (\lambda^k)^T (Y_A) \right\}$$

s.a (5) y (7)

$$(X_B^{k+1}, Y_B^{k+1}) = \arg \min_{\substack{(X_A, Y_A) \in A \\ (Y_B, X_B) \in A}} \left\{ f_B(X_B) + \frac{\beta}{2} \|Y_B - Y_B^k\|^2 + \gamma (Y_B)^T (Y_A^k - Y_B^k) + (\lambda^k)^T (Y_B) \right\}$$

s.a (6) y (8)

Para cada iteración  $k$ , se resuelven los problemas de optimización (13) y (14) a fin de obtener los valores óptimos de las variables de borde de ambas áreas. Es de notar que estos procesos de optimización pueden ser realizados en procesadores descentralizados usando técnicas de procesamiento paralelo.

Después de obtener las variables de borde  $Y_A$  y  $Y_B$ , se actualizan los multiplicadores de Lagrange usando (12) y se ejecuta la iteración siguiente del proceso global de optimización. El proceso iterativo termina cuando la diferencia entre los valores de borde sea menor que una tolerancia dada  $y_{tol}$ :

$$\|Y_A - Y_B\| = y_{tol} \quad (15)$$

La principal característica del método es que a nivel global sólo se requiere intercambiar información de sincronización como lo son los multiplicadores de Lagrange asociados a las restricciones de borde. Esto proporciona mayor confiabilidad, al momento de ocurrir una falla de comunicación entre las diferentes áreas, en comparación con el modelo centralizado.

#### 4. APLICACIÓN DE LA TÉCNICA DE DESCOMPOSICIÓN AL OPF.

El problema de OPF ha sido objeto, desde comienzos de la década de los 60's, de continua e intensiva investigación y es considerado un problema de optimización no lineal altamente restricto y con variables que pueden ser continuas o discretas. Generalmente, dependiendo de la función objetivo que se escoja, el problema de OPF adquiere nombres bastante reconocidos en el estudio y análisis de los sistemas de potencia, tales

como: planeamiento de reactivos, minimización de pérdidas de potencia activa, estabilidad de tensión, estudio de precios nodales, costo de operación del sistema, estudio de congestiones y emisiones totales del sistema, entre otros. En la actualidad, los nuevos esquemas regulatorios aplicados a los sistemas eléctricos de potencia han requerido incorporar al modelo restricciones de seguridad relacionadas con contingencias y estabilidad de tensión. Este tipo de problemas son conocidos como *SCOPF* y *SCOPF-VS*, las cuales son acrónimos en inglés de “*security-constrained OPF*” y “*SCOP with voltage stability constraints*”, respectivamente. Estos nuevos modelos y sistemas de potencia interconectados en continuo crecimiento han incrementado el esfuerzo y tiempo computacional requerido para la solución del problema de *OPF* y ha obligado a los investigadores a incorporar nuevas metodologías relacionadas con técnicas de descomposición y procesamiento paralelo.

El OPF puede ser formulado como un problema de optimización matemática igual al mostrado en el modelo (1)-(3) con una restricción adicional [3]:

$$X^{\min} \leq X \leq X^{\max} \quad (16)$$

En esta representación, las restricciones de igualdad  $G(X)$  corresponden a las ecuaciones no-lineales de flujo de potencia en cada una de las barras del sistema, las restricciones de desigualdad  $H(X)$  son *restricciones funcionales* operativas que corresponde a límites de flujo de potencia a través de las líneas, a límites de generación de potencia reactiva en las barras generadoras y en general a cualquier restricción que esté en función de las variables de estado del sistema. Las restricciones de desigualdad en las variables de estado del sistema, expresión (16), corresponden, generalmente, a: límites en la salida de las unidades generadoras de potencia activa (barras generadoras), límites en la magnitud de tensión de barra, ángulo de la tensión en la barra de referencia, cambios de tap en el transformador y admitancia shunt en la barra. Este último conjunto de restricciones definen la región factible del problema.

La descomposición del problema de OPF puede ser ilustrado sobre un sistema de dos áreas interconectadas por una línea denominada *línea-enlace*, como se ilustra en la figura 2. Ambas áreas se componen de redes arbitrarias.

El problema de optimización original es convertido a un problema equivalente de optimización descentralizado siguiendo la filosofía descrita en la sección 3. El primer paso consiste en identificar las variables de borde y duplicarlas, obteniendo así dos sistemas independientes. Lo anterior se logra incorporando una barra ficticia  $f$  en la mitad de la línea-enlace, que no altera el sistema original, como se muestra en la figura 3.

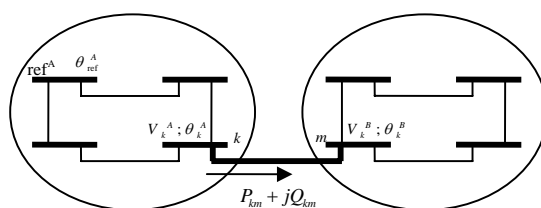


Figura 2. Sistema de dos áreas

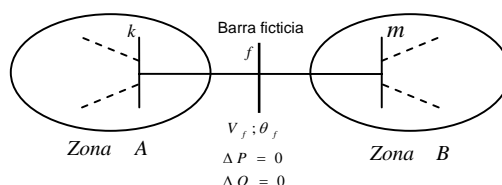


Figura 3. Incorporación de la barra ficticia

En la figura 4, las dos áreas son desacopladas y se generan 4 nuevas variables (p.e. para el área A:  $V_{fA}, \theta_{fA}, P_{fA}$  y  $Q_{fA}$ ) por cada línea-enlace así como una restricción adicional encargada de la coordinación entre áreas, ver expresión (9). Dos de las variables son la potencia activa y reactiva que fluye desde o hacia la barra ficticia en cada una de las áreas. Estas variables pueden ser representadas por un *generador ficticio* conectado a la barra  $f$ .

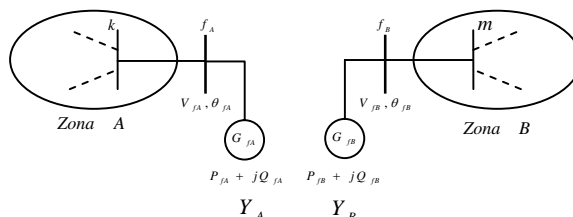


Figura 4. Principio de desacoplamiento

Aplicando el APP, el problema equivalente de OPF básico para un área A cualquiera sería el como se muestra en (17)-(20).

$$\begin{aligned} (V_A^{N,k+1}, \theta_A^{N,k+1}, V_A^{B,k+1}, \theta_A^{B,k+1}) = \arg \min & \left\{ f_A(V_A^N, \theta_A^N) + \frac{\beta}{2} \left\| \begin{bmatrix} V_A^B \\ \theta_A^B \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_A^{B,k} \\ \theta_A^{B,k} \end{bmatrix} \right\|^2 \right. \\ & \left. + \gamma \begin{bmatrix} V_A^B \\ \theta_A^B \end{bmatrix}^T \left( \begin{bmatrix} V_A^{B,k} \\ \theta_A^{B,k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_A^{B,k} \\ \theta_A^{B,k} \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} \lambda_V^k \\ \lambda_Q^k \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} V_A^B \\ \theta_A^B \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

$N \in$  variables de núcleo;  $B \in$  variables de borde  
s.a

$$G(V_A^N, \theta_A^N) \begin{cases} P_L^N - P_g^N + P^N(V_A^N, \theta_A^N) = 0 \\ Q_L^N - Q_g^N + Q^N(V_A^N, \theta_A^N) = 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$G(V_A^N, \theta_A^N, V_A^B, \theta_A^B) \begin{cases} P_f + P_{LE} = 0 \\ Q_f + Q_{LE} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} S_g^{\min} & \leq S_g \leq S_g^{\max} \\ V^{\min} & \leq V \leq V^{\max} \end{aligned} \quad (20)$$

En la función objetivo (17),  $V_A^{N,k}$  y  $\theta_A^{N,k}$  son la magnitud y ángulo de la tensión en las barras de núcleo del área A en la k-ésima iteración del proceso de optimización.  $\lambda_v^k$  y  $\lambda_\theta^k$  son los valores de los coeficientes de Lagrange asociados a la magnitud y ángulo de la tensión en las barras de borde en la iteración k. Las restricciones (18) corresponde a un balance de potencia activa y reactiva en cada una de las barras de núcleo. Este conjunto de restricciones de igualdad de las variables de núcleo del área A se denota como  $G(V_A^N, \theta_A^N)$ .

Para las barras ficticias o de borde se genera un grupo de restricción particular  $G(V_A^N, \theta_A^N, V_A^B, \theta_A^B)$  que son las encargadas de coordinar el proceso descentralizado de optimización para garantizar la convergencia, ver expresión (19). Éstas, buscan asegurar que la potencia inyectada a la barra ficticia  $P_f + jQ_f$  sea igual a la potencia que fluye por la línea-enlace hacia  $P_{LE} + jQ_{LE}$ .

Las restricciones (20) son límites operacionales en la potencia generada y la tensión de barra. Estas restricciones operan sobre todas las barras del sistema, incluyendo las barras ficticias. Es decir, las restricciones de desigualdad para las barras ficticias corresponden a las mismas de las barras PQ, donde la magnitud y el ángulo de la tensión son limitados. El algoritmo de optimización alcanza un criterio de convergencia cuando el valor de las variables de las barras ficticias tienen una diferencia lo suficientemente pequeña, es decir cuando se cumple (15).

La solución del modelo (17)-(20) puede ser abordada usando cualquier técnica de optimización matemática. En [2] y [1] adoptan el paquete GAMS (MINOS5 y CONOPT) los cuales implementan aproximaciones lineales sucesivas, en [3] utilizan el paquete LINDO API el cual es basado en un método de gradiente generalizado. En [4] un método de puntos interiores no lineal (MPINL) combinado con un refinamiento en la dirección de búsqueda basado en el gradiente conjugado es implementado para resolver el problema de mínimo costo de operación.

**5. EJEMPLO DE APLICACIÓN**

Este ejemplo sencillo permite ilustrar el funcionamiento del esquema multi-área. El sistema mostrado en la figura 5 contiene 4 generadores alimentando una demanda total de 2 p.u. conformada por 4 cargas locales de 0.5 p.u. cada una. En este caso particular, no se tendrán en cuenta las pérdidas del sistema, es decir, el sistema es considerado como un barraje infinito. En este ejemplo el número de variables de borde es comparable con el número de variables de núcleo y por esta razón es más eficiente el esquema centralizado, en esta situación. El esquema descentralizado cobra mayor importancia en sistemas interconectados de gran tamaño.

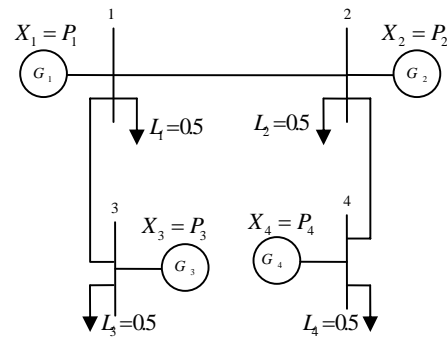


Figura 5. Ejemplo de aplicación

La función de costo para cada generador es dada por:

$$C_1 = 0,5P_1^2, C_2 = P_2^2, C_3 = 2P_3^2, C_4 = 1,5P_4^2$$

**5.1 Esquema centralizado**

La función objetivo corresponde al costo total de producción. Así, el problema centralizado de optimización es de la siguiente manera:

$$\min \{0,5X_1^2 + X_2^2 + 2X_3^2 + 1,5X_4^2\} \tag{21}$$

$$s.a. \quad X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = \sum_{i=1}^4 L_i = 2 \tag{22}$$

Utilizando cualquier método de optimización no lineal es posible obtener la siguiente solución óptima:

$$X_1 = 0.95987, X_2 = 0.47997, X_3 = 0.23998, X_4 = 0.32017$$

**5.2 Esquema multi-área**

**Paso 1:** En la figura 6 se ilustra la implementación multi-área.

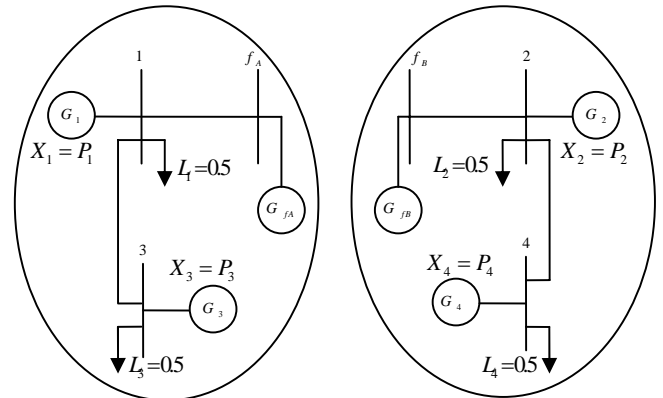


Figura 6. Implementación multi-área

La barra ficticia f es incorporada y las variables de borde se duplican para obtener las barras fA y fB. Posteriormente, se ubican los generadores ficticios GfA y GfB en las barras fA y fB respectivamente.

**Paso 2:** Las expresiones (23)-(24) y (25)-(26) muestran los modelos del problema OPF de cada región mostrada en la figura 6.

$$OPF_A \quad \min \left\{ 0.5X_1^2 + 2X_3^2 + \frac{\beta}{2} \|Y_A - Y_A^k\|^2 + \gamma(Y_A)^T (Y_A^k - Y_B^k) + (\lambda^k)^T (Y_A) \right\} \quad (23)$$

$$s.a \quad X_1 + X_3 + Y_A = L_A = L_1 + L_3 = 1 \quad (24)$$

$$OPF_B \quad \min \left\{ X_2^2 + 1.5X_4^2 + \frac{\beta}{2} \|Y_B - Y_B^k\|^2 + \gamma(Y_B)^T (Y_A^k - Y_B^k) + (\lambda^k)^T (Y_B) \right\} \quad (25)$$

$$s.a \quad X_2 + X_4 + Y_B = L_B = L_2 + L_4 = 1 \quad (26)$$

**Paso 3:** Realizando una relajación lagrangeana y aplicando las condiciones de optimalidad de Kuhn-Tucker de primer orden se obtienen las variables de interés para cada área, expresión (27) para el área A y (29) para la B:

$$X_1^{k+1} = \frac{\tau_A}{\frac{5}{4}\beta + 1}; \quad X_3^{k+1} = \frac{X_1^{k+1}}{4}; \quad Y_A^{k+1} = L_A - \frac{5}{4}X_1^{k+1} \quad (27)$$

$$\tau_A = \beta(L_A - Y_A^k) + \gamma(Y_A^k + Y_B^k) + (\lambda^k)^T \quad (28)$$

$$X_2^{k+1} = \frac{\tau_B}{\frac{5}{3}\beta + 1}; \quad X_4^{k+1} = \frac{2X_2^{k+1}}{3}; \quad Y_B^{k+1} = L_B - \frac{5}{3}X_2^{k+1} \quad (29)$$

$$\tau_B = \beta(L_B - Y_B^k) + \gamma(Y_A^k + Y_B^k) + (\lambda^k)^T \quad (30)$$

La actualización de los coeficientes de Lagrange es:

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha(Y_A^k + Y_B^k) \quad (31)$$

El proceso de optimización consiste en evaluar las expresiones (27)-(30) y con los resultados obtenidos actualizar los coeficientes de Lagrange usando (31). Este proceso se repite iterativamente hasta alcanzar el criterio de convergencia (15). Nótese que el signo “-” en el término  $(Y_A^k - Y_B^k)$  de (12), (23) y (25) finalmente es cambiado por un signo “+” en (28), (30) y (31), esto es debido a que el flujo de potencia en la barra ficticia se debe considerar en un solo sentido. En la tabla 1 se muestra el proceso de convergencia.

k	$X_1^k$	$X_2^k$	$X_3^k$	$X_4^k$	$Y_A^k$	$Y_B^k$	$\lambda^k$	$\ Y_A^k + Y_B^k\ $
0	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0,75	0
1	0,7742	0,4615	0,1936	0,3077	0,03226	0,2308	0,8486	0,263
2	0,8635	0,469	0,2159	0,3127	-0,0794	0,2184	0,9007	0,139
3	0,9096	0,4736	0,2274	0,3157	-0,137	0,2107	0,9284	0,0737
16	0,96	0,48	0,24	0,32	-0,2	0,2	0,96	0

Tabla 1. Resultados del proceso multi-área usando APP con  $\alpha = \gamma = 0,375$  y  $\beta = 0,75$ .

## 6. CONCLUSIONES

El APP ha mostrado ser una herramienta efectiva en la solución de problemas de optimización separables. Las características de convergencia varían dependiendo de la escogencia de los parámetros  $\alpha, \gamma$  y  $\beta$ .

En problemas de gran tamaño el APP permite utilizar múltiples procesadores (computación paralela) lo cual representa un reducción en los tiempos de cálculo del problema global. La implementación de estrategias eficientes de alto desempeño son fundamentales en la solución de problemas de OPF. Por tal razón es necesario utilizar técnicas de matrices dispersas y métodos eficientes de optimización, tales como métodos de puntos interiores no-lineales, a fin de implementar controles en línea del sistema de potencia.

La metodología de descomposición presentada involucra un proceso “maestro” encargado de coordinar, asignar tareas y distribuir información a procesos “esclavos” encargados de resolver los problemas regionales.

En la actualidad, el principal interés de las investigaciones en el área radica en el estudio de las propiedades de convergencia de diferentes métodos de descomposición. Una característica interesante del método propuesto es que el término cuadrático  $a$  mostrado en (10) asegura convexidad local y mejora la convergencia.

## 7. BIBLIOGRAFIA

- [1] Balho H. Kim and Ross Baldick, “A comparison of distributed optimal power flow algorithms”, *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 15, No 2, pp. 599-604, May. 2000.
- [2] D. Hur, J. K. Park and Balho H. Kim, “Evaluation of convergence rate in the auxiliary problem principle for distributed optimal power flow”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, vol. 149, No 5, pp. 525-532, Sep. 2002.
- [3] P.N. Biskas and A.G. Bakirtzis, “Decentralized OPF handling discrete variables in interconnected multi-area power systems”, *International Journal of innovations in energy systems and power*, vol. 1 No 1, pp 29-38 Nov. 2006.
- [4] Francisco J. Nogales, Francisco J. Prieto and Antonio J. Conejo, “A decomposition methodology applied to the multi-area optimal power flow problem”, *Annals of operations research*, No 120, pp 99-116, Apr. 2003.
- [5] Balho H. Kim and Ross Baldick, “Coarse-grained distributed optimal power flow”, *IEEE Trans. Power Systems*, vol. 12, No 2, pp. 932-939, May. 1997.