

TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE CARACTERÍSTICAS EN IMÁGENES PARA EL RECONOCIMIENTO DE EXPRESIONES FACIALES.

Image Feature Extraction Techniques for Facial Expression Recognition

RESUMEN

Las expresiones faciales son la manera más natural e inmediata en que los seres humanos comunican sus emociones. Para reconocer las expresiones faciales es fundamental realizar una buena extracción de características. En este trabajo se presentan diferentes técnicas de extracción de características, especialmente aquellas que se aplican en forma global u holística, se hace una comparación entre métodos, en términos de sus porcentajes de reconocimiento. Se describen las técnicas más usadas para esta tarea, como: seguimiento de movimientos, análisis espacial estadístico, y análisis espacio/frecuencia y se presentan los requerimientos que debe tener un sistema automático de reconocimiento de expresiones faciales.

PALABRAS CLAVES: Extracción de características, reconocimiento de expresiones faciales, FACS.

ABSTRACT

Facial Expression is one of the most powerful, natural, and immediate means for human beings to communicate their emotions. To perform the facial expression recognition is very important development robust feature extraction. This work presents different features extraction techniques, Specially holistic approaches, a comparison between methods is made, in terms of their percentages of recognition. Is described the most used techniques for this task, ie: motion tracking, statistic spatial analysis, and spatial/frequency analysis and presents the requirements that must have an automatic facial expression recognition.

KEYWORDS: *feature extraction, facial expression recognition, FACS.*

1. INTRODUCCIÓN

Los seres humanos expresan sus emociones de diversas maneras, siendo la más universal de estas las expresiones faciales. Estas pueden comunicar una emoción incluso antes que la persona la verbalice. Aunque el reconocimiento de estas expresiones resulta natural para los seres humanos, dotar a una máquina de esta habilidad resulta bastante difícil [1]. Dos tipos de problemas tienen que ser resueltos para llevar a cabo esta tarea; Extracción de características y clasificación de la expresión facial. Este documento se enfoca en las diferentes técnicas de extracción de características utilizadas por los autores mas representativos de ésta área.

Las emociones se clasifican según Ekman y Friesen [2] en seis (6) emociones universales básicas: alegría, tristeza, sorpresa, miedo, disgusto, y enojo. Estas emociones poseen una expresión facial relacionada, y estas a su vez están codificadas mediante un sistema de codificación de acciones faciales FACS (de sus siglas en inglés) [2]. Los FACS proporciona el poder descriptivo necesario para representar los detalles de la expresión facial.

WILLIAM A. CASTRILLON

Ingeniero Electrónico.
Investigador
Universidad Tecnológica de Pereira
william.castrillon@gmail.com

DAMIAN A. ALVAREZ

Ingeniero Electricista.
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
damianalvarez@ohm.utp.edu.co

ANDRÉS F. LÓPEZ

Ingeniero Electricista.
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
andresl@ohm.utp.edu.co

Se han formado dos campos de estudio que realizan extracción de características para el análisis de expresiones faciales que se encuentran estrechamente relacionados por las técnicas que utilizan pero presentan los resultados en forma diferente: un primer campo crea sistemas que clasifican las expresiones en categorías básicas de emociones y un segundo campo que realiza la detección automática de acciones faciales empleando FACS [2].

Según [3] y [4] los estudios que reconocen un conjunto de expresiones prototipo y las agrupan en categorías básicas de emociones, no consideran que las expresiones básicas se presentan con poca frecuencia y no proveen una descripción completa de las expresiones faciales, mientras que el segundo tipo de estudio analiza con una fina distinción las expresiones faciales, al igual que las transiciones entre estas.

La efectividad de dichos sistemas de reconocimiento automático de emociones depende principalmente del sistema de extracción de características, cuan mas robusto sea el sistema de extracción de características mejor será el desempeño del sistema de reconocimiento de expresiones faciales.

Es por tanto importante tener un conocimiento basto en las diferentes técnicas de extracción de características faciales que han sido desarrolladas y poder a partir de allí constituir una base de conocimiento que permita el desarrollo de técnicas híbridas e incluso nuevas técnicas más robustas que permitan llegar a una implementación de tiempo real de un sistema de reconocimiento de expresiones faciales.

2. TÉCNICAS DE CARACTERIZACIÓN

La extracción de características en imágenes y secuencias de imágenes faciales, consiste en extraer información asociada con la activación de los diferentes músculos del rostro, esta tarea puede realizarse en forma global u holística (análisis sobre el que se centrará este documento) en donde se analiza el rostro como un solo conjunto o localmente en donde se seleccionan regiones de interés del rostro como ojos cejas y boca.

Adicionalmente los métodos de extracción de características faciales se pueden clasificar de acuerdo a su enfoque en: características faciales de movimiento o deformaciones del rostro [3]. Al análisis de movimiento se le denomina análisis dinámico [4], en este se realiza un seguimiento de la velocidad y dirección de desplazamiento de píxeles de la imagen, entre las técnicas más empleadas se tiene el flujo óptico (*optical flow*) con trabajos de Essa [5] [6], [7], Wu [8], Bartlett [9], [10], Yaccob [11], [12] el seguimiento de flujo (*dense flow*) por Lien [13], [14], [15], [16], [43] y el seguimiento de características puntuales (*pointtracking*) por Otsuka [17] y Tian [1].

Las deformaciones se caracterizan por los cambios de forma y textura que indican gradientes espaciales altos y pueden ser analizadas tanto en el dominio espacial como en el dominio de la frecuencia [3], para esta tarea se han usado con frecuencia técnicas como: PCA [18][19][20], ICA [1][9][10][21], LDA [22][23], transformada Wavelet [24][25][26][27] y transformada de Gabor [20].

Entre las características faciales a extraer se pueden distinguir dos tipos: las transitorias que abarcan diferentes clases de arrugas y abultamientos y se producen debido a las expresiones faciales y las no-transitorias, que siempre están presentes en el rostro, entre ellas se encuentran los ojos, las cejas y la boca, y a diferencia de las primeras siempre están presentes en las expresiones faciales [3].

Los estudios más comunes en el reconocimiento de expresiones faciales tienden a reconocer categorías básicas de emociones, entre estos estudios los primeros trabajos fueron realizados por Essa [5], [6], [7], Yaccob [11], [12] quienes utilizaron flujo óptico para seguir los movimientos de características faciales, Yaccob por ejemplo presenta los resultados de acuerdo a la categoría de emoción reconocida, así: 86% para alegría, 94%

sorpresa, 92% enojo, 86% temor, 80% tristeza y 92% para disgusto. Trabajos más recientes han sido reportados por Littlewort [28] quien comparó diferentes técnicas, obteniendo los mejores resultados con filtros Gabor usando AdaBoost y SVM alcanzando un 93% para el reconocimiento de 7 categorías básicas. En [20] se muestra un estudio en el cual se extraen características de rostros enteros por medio de la transformada wavelet de Gabor junto al análisis general discriminante, para clasificarlos. Este análisis entregó resultados del 97,5%, los cuales se compararon con técnicas como PCA, LDA y PCA con kernel.

El reconocimiento automático de FACS por medio de unidades de acción (AUs) es un problema de mayor dificultad y relativamente pocos trabajos se han reportado. Los trabajos de Essa [5], [6] y [7] describen patrones de flujo óptico que corresponden a distintas AUs pero no realiza el reconocimiento de estas. Bartlett [10] y Donato [21] han realizado pruebas extensivas en el reconocimiento de AUs de la parte superior e inferior del rostro, usando secuencias de imágenes, alcanzando en [10] un 90.9% de reconocimiento para 6 AUs superiores combinando un análisis espacial holístico con características locales de flujo óptico, mientras que en [29] realizan una comparación de diferentes técnicas y muestran que los mejores resultados los obtienen por medio de una representación wavelet Gabor y por una representación ICA alcanzando un 95.5% de reconocimiento de 6 AUs superiores, 2 inferiores y 4 combinaciones de AUs. Trabajos realizados por Cohn [30] y Lien [31] usan seguimiento de flujo, seguimiento de puntos para reconocer 4 AUs superiores, 4 inferiores y 2 combinaciones, alcanzando como máximo 92% de reconocimiento. Tian en [1] desarrollo un sistema en donde realiza un modelamiento multiestado de características faciales como: boca, ojos, cejas y mejillas; extrae una descripción paramétrica de dichas características y realiza un seguimiento de estos parámetros para introducirlos como información a una red neuronal, el reconocimiento promedio alcanzado fue del 96.4% para AUs superiores y del 96.7% para AUs inferiores. Chang en [32] realiza una comparación de sistemas entre los que se encuentra los de Tian y Donato y propone un sistema que usa ecualización del histograma para normalización de la iluminación, ICA para extracción de características y clasificación con SVM alcanzando razones de reconocimiento de 97% tanto para AUs superiores como inferiores y 100% para el reconocimiento del rostro entero.

3. TÉCNICAS GLOBALES DE CARACTERIZACIÓN

3.1 Análisis dinámico

Dentro de los métodos que aproximan movimientos quizás el más estudiado ha sido el flujo óptico, este refleja los cambios de la imagen durante un intervalo de tiempo. La estimación del flujo óptico es un tema que ha sido abordado básicamente de dos formas: calculando

gradientes o realizando segmentación [2], en este documento se comentará la primera forma por ser la primera y hasta ahora la más usada. El método de flujo óptico basado en gradientes consiste en determinar los cambios de niveles de gris (intensidad) sobre el plano de la imagen y sobre el tiempo, y a partir de ellos obtener la aproximación del movimiento. Este método se basa en la información que entrega los cambios de intensidad de la imagen asociados al movimiento. Los algoritmos que determinan el flujo a partir del gradiente se basan en los trabajos de Horn and Shunck [33] quienes fueron los primeros en proponer una forma de aproximación de movimientos con imágenes, partiendo que la intensidad de un píxel particular es constante y no cambia con el tiempo.

El algoritmo desarrollado en [33] es un método diferencial ya que requiere calcular para cada píxel las derivadas de intensidad de primer orden de la imagen para aproximar en forma iterativa las velocidades en las direcciones horizontal y vertical. Existen además otros estudios para la estimación del flujo óptico que se basan en correlación de regiones, estos definen la velocidad como los cambios más apropiados entre regiones de la imagen en diferentes instantes de tiempo buscando el mejor estimado a través de la minimización de una medida (por lo general el SSD o sumatoria de diferencias al cuadrado). Estos estudios por lo general son jerárquicos con el fin de reducir la cantidad de cálculos a realizar, ejemplo de estos son los algoritmos reportados por Anandan y Singh [29].

El método de Singh [29] ha sido comúnmente usado por permitir una buena representación de movimientos sutiles, el autor calcula el flujo óptico fusionando dos estimaciones cada una acompañada por una medida de confianza dada en términos de matrices de covarianza. El método consta de dos pasos: en el primero se calcula el SSD para obtener una medida de similaridad entre la vecindad de un píxel en una primera imagen y la vecindad del mismo píxel (igual intensidad) en una segunda imagen y a partir de esta se realiza una primera estimación de las velocidades de desplazamiento de cada píxel. En el segundo paso se propagan las velocidades de cada punto a su vecindad asumiendo que estas corresponden a la velocidad del punto central; al igual que en el primer paso se realiza una estimación de la velocidad a partir de una medida de similaridad de distancia (por ejemplo una función Gaussiana) y se calcula también su correspondiente matriz de covarianza.

En la figura 1 se ilustra el cálculo del flujo óptico por el método de Singh para tres imágenes de la base de datos CMU, en donde se observa que la persona esta manifestando una expresión de enojo:



Figura 1. Flujo óptico por el método de Singh.

En [9], [10] y [21] comparan los dos métodos de flujo óptico descritos para clasificar FACS imponiendo una condición de suavizado local sobre el campo del flujo.

3.2 Análisis en el dominio espacial mediante métodos estadísticos

En la extracción de características por medio de procesos holísticos espaciales se utilizan por lo general imágenes en niveles de gris. Entre estos estudios se encuentran: PCA e ICA los cuales usan representaciones del rostro encontradas por métodos estadísticos no supervisados típicamente que encuentran un conjunto de imágenes bases y representan los rostros como una combinación lineal de estas imágenes bases [21].

3.2.1 PCA

La idea del PCA es encontrar la base de vectores que mejor exprese la distribución de las imágenes de las caras dentro del espacio completo. Estos vectores describen la base del sub-espacio de las imágenes de caras. Cada vector de dimensión $d=N \times L$ describe una imagen de dimensión $N \times L$, y es una combinación lineal de los vectores base del sub-espacio. Este procedimiento se asemeja a encontrar las componentes ortogonales de un vector en un espacio, es decir, es como encontrar un conjunto de vectores que combinados en forma lineal representen los elementos del conjunto. Estos elementos son los vectores propios de la matriz de covarianza correspondiente al espacio original de las imágenes, y como son parecidas a una cara, se les llama caras propias o *eigenfaces* [18].

Al multiplicar cada cara propia por el conjunto de imágenes de prueba y de entrenamiento se obtiene un vector de pesos que corresponde a la proyección ortogonal de cada rostro sobre las caras propias y se pueden utilizar como características para diferenciar los distintos tipos de rostros y sus rasgos encontrando la menor distancia Euclidiana entre los distintos vectores [19].

3.2.2 ICA

El ICA es una generalización de PCA y a diferencia de este el ICA provee una mejor representación de la imagen ya que no se basa únicamente en estadísticas o relaciones entre píxeles de la imagen de segundo orden, sino que es sensible a dependencias estadísticas de alto orden y no solo la covarianza, lo que la hace de ICA una representación potente para las tareas de reconocimiento de rostros y de emociones [6].

Un algoritmo de ICA ampliamente usado es el de Bell y Sejnowski, [34] y [35] el cual es una regla de aprendizaje no supervisada que fue derivada del principio de transferencia de información óptima a través de neuronas.

El ICA sobre imágenes puede realizarse basándose en dos diferentes arquitecturas como se muestra en la figura 2, la primera trata la imagen como una señal aleatoria y los píxeles como salidas y una segunda la cual trata los píxeles como variables aleatoria y las imágenes como salidas. La primera arquitectura produce imágenes bases estadísticamente independientes, sin embargo los coeficientes que codifican cada rostro no son necesariamente independientes, por lo que se requiere de una segunda arquitectura que use ICA para encontrar una representación en la cual los coeficientes usados para codificar las imágenes sean estadísticamente independientes [21].

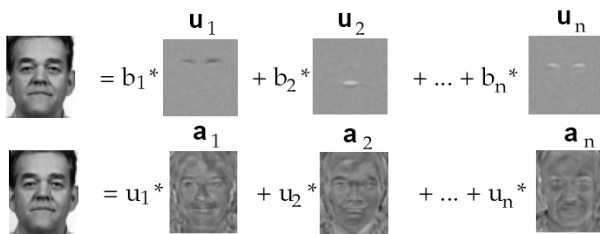


Figura 2. Arquitecturas 1 y 2 de ICA para imágenes.

3.3 Análisis en el dominio espectral mediante transformadas tiempo- frecuencia

3.3.1 Transformada Wavelet de enteros a enteros

La transformada wavelet de enteros a enteros se puede definir utilizando esquemas de actualización (o Lifting) [36][37][38], los cuales provienen de la descomposición polifásica de los bancos de filtros asociados a la transformada wavelet [39][40][41][42]. Se agregan operadores de redondeo a la salida de cada etapa del esquema de actualización, los cuales se pueden desplazar hasta la salida de la actualización y de la predicción []. Los operadores de redondeo se utilizan para conseguir una transformación que toma una imagen representada por números enteros y la lleva a otro espacio que también esta representado por números enteros, evitando la perdida de información que ocurre al utilizar otro tipo de transformaciones o filtros debido a los términos fraccionarios que resultan y deben ser aproximados a números enteros para llevarlos a una imagen [43]. Este esquema se puede representar por medio de la figura 3.

La aplicación de la transformada wavelet de enteros a enteros en imágenes se hace en dos etapas, primero se aplica el filtro a las filas de la imagen y se submuestra, luego se aplica sobre las columnas junto al submuestreo realizando todas las combinaciones de filtros posibles, lo cual da como resultado cuatro imágenes, tal como se muestra en al siguiente figura 4.

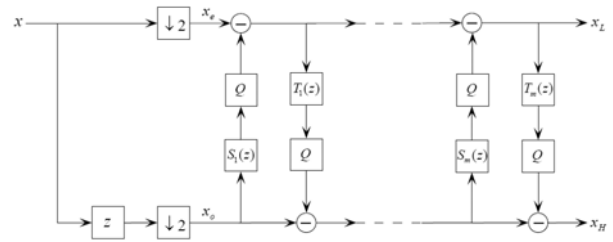


Figura 3. Esquema de actualización con operadores de redondeo.

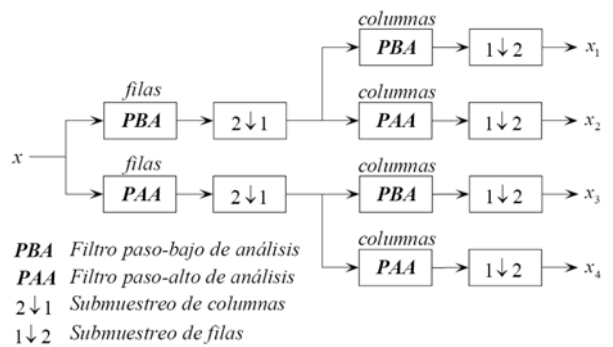


Figura 4. Esquema de filtrado para imágenes.

Después de aplicar la transformada wavelet de enteros a enteros se obtiene imágenes que son versiones suavizadas de las imágenes originales las cuales se utilizan para extraer características que ayuden a diferenciar los distintos tipos de imágenes.

3.3.2 Transformada Gabor

La transformada de Gabor es una modificación a la de Fourier para aplicarla en forma localizada, utilizando una función ventana gaussiana, con lo que se obtiene una transformada muy similar a la transformada wavelet. Para el caso de las imágenes se utiliza una función base que es una exponencial compleja y una función ventana gaussiana en 2D multiplicadas, obteniendo funciones como la de la figura 5. Para obtener todo el conjunto de las funciones base para la transformada, se puede variar la frecuencia central de la exponencial compleja, se puede variar el ancho de la ventana cambiando la desviación estándar de la gaussiana y se puede cambiar la orientación de la función final (rotarla en el eje z).

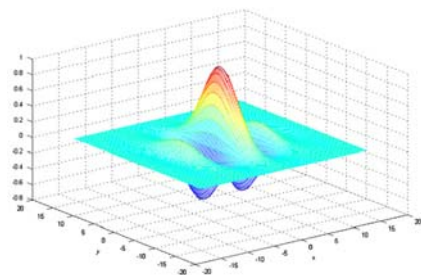


Figura 5. Ejemplo de una función base de Gabor para 2D.

Para aplicar la transformada de Gabor sobre la imagen se debe hacer la convolución de la función base con la imagen, pero este procedimiento tiene un alto costo computacional, por esto se utiliza la transformada de Fourier para llevar la imagen y la función al dominio de la frecuencia y realizar el producto entre ellas, y el resultado se obtiene al calcular la transformada inversa de Fourier [45][46]. Lo que se obtiene es una matriz por cada función base utilizada del mismo tamaño que la imagen de estudio, estas matrices representan la imagen y se utilizan como características para diferenciarla de las imágenes de otras clases.

4. DISCUSIÓN

En este documento se mostraron diferentes técnicas para la extracción de características faciales correspondientes a movimientos y deformaciones, es difícil comparar los sistemas de reconocimiento de expresiones faciales debido a la forma en que se presentan los resultados y a las diferentes bases de datos utilizadas. Una desventaja de la mayoría de los métodos mostrados radica en que fueron probados en imágenes de vistas frontales tomadas bajo condiciones controladas lo que representa dificultad al momento de realizar una aplicación real de interfaz hombre-máquina.

5. ENFOQUES FUTUROS

Entre los sistemas de reconocimiento de expresiones faciales existentes se puede diferenciar dos clases: una en donde los trabajos emplean bases de datos de expresiones posadas, es decir aquellas que son resultado de seguir instrucciones y otra clase de sistemas que extienden el análisis a imágenes que representan comportamientos faciales espontáneos. Aplicaciones como el estudio de emociones requieren el desarrollo de sistemas pertenecientes a la clase de expresiones espontáneas ya que en estas aparecen acciones simultáneas que se presentan en forma rápida y coordinada, mientras que en las expresiones posadas tienden a aparecer lentamente y no simultáneas [47], [48].

Otros de los requerimientos que se buscan en estos sistemas es que funcionen en tiempo real y no se necesite de intervención humana, es decir que el reconocimiento se realice por métodos completamente automáticos ejemplos de estos son los trabajos propuestos por Braathen [47], [48], Littlewort [28] Kappor [32], Bartlett [49].

6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se desarrollo en el marco del proyecto de investigación: "IMPLEMENTACIÓN Y EFECTIVIDAD DE UN SISTEMA BASADO EN INTELIGENCIA ARTIFICIAL COMO HERRAMIENTA PARA EL TRATAMIENTO PSICOLÓGICO DE PERSONAS CON TEP", financiado por Colciencias. Código

111037019600 y la Universidad Tecnológica de Pereira. Código 511-3-243-08.

7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Y. Tian, T. Kanade, J. Cohn. Recognizing Action Units for Facial Expression Analysis, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 23, No. 2, 2001.
- [2] Facial Action Coding System (FACS). Disponible en: <http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/face/www/facs.htm>
- [3] B. Fasel, J. Luetin. Automatic Facial Expression Analysis, Pattern Recognition 36 259 – 275, Science Direct, 2003.
- [4] A. Pajares, J. M. de la Cruz. Visión por computador imágenes digitales y aplicaciones. España, 2001.
- [5] I. Essa, A. Pentland. Recognizing Human Facial Expressions from Long Image Sequences Using Optical Flow. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1996.
- [6] I. Essa, A. Pentland. A Vision System for Observing and Extracting Facial Action Parameters. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1994.
- [7] I. Essa, A. Pentland. Coding Analysis, Interpretation, and Recognition of Facial Expressions. In: IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, No. 7, 1997.
- [8] W. Yu, et al. Optical Flow Estimation Using Wavelet Motion Model. IEEE Sixth International Conference on Computer Vision, 1998.
- [9] M. Bartlett, et al. Face Image Analysis by Unsupervised Learning and Redundancy Reduction, University of California 1998.
- [10] M. Bartlett, et al. Measuring Facial Expressions by Computer Image Analysis, University of California, 1999.
- [11] Y. Yacoob, L. Davis. Computing Spatio-Temporal Representation of Human Faces. Computer Vision and Pattern recognition, Proceedings, IEEE Computer Society conference, 1994.
- [12] Y. Yacoob, L. Davis. Recognizing Human Facial Expressions. In: CAR-TR-706, CS-TR-3265, 1994.
- [13] J. Lien, et al. Automatically Recognizing Facial Expressions in the Spatio-Temporal Domain. In: Workshop on Perceptual User Interfaces, pp. 94-97, Banff, Alberta, Canada, 1997.
- [14] J. Lien, et al. Automated Facial Expression Recognition Based on FACS Action Units. In the Proceedings of FG'98 Japan, 1998.
- [15] J. Lien, et al. A Multi-Method Approach for Discriminating Between Similar Facial Expressions, Including Expression Intensity Estimation. In: Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1998.
- [16] J. Lien, et al. Detection, Tracking, and Classification of Action Units in Facial Expression. In Journal of Robotics and Autonomous Systems, 1999.

- [17] T. Otzuka. Extracting Facial Motion Parameter by Motion Feature Points. ATR Media Integration and Communications Research Laboratory. Japan, 1998.
- [18] M. J. A. Iborra, "Análisis comparativo de métodos basados en subespacios aplicados al reconocimiento de caras," Universidad de Valencia, 2006.
- [19] M. A. V. Ripoll, "Reconocimiento y búsqueda selectiva de objetos en entornos no estructurados mediante apariencia multicanal y multiescala," Universidad Miguel Hernandez, Marzo, 2006.
- [20] L. Shen, L. Bai y M. Fairhurst, "Gabor Wavelets and General Discriminant Analysis for Face Identification and Verification," *Image and Vision Computing*, 25, 2007, p.p. 553-563.
- [21] G. Donato, et al. Classifying Facial Actions. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999.
- [22] J. Cohn, et al. Automated facial image analysis for measurement of emotion expression. *The Handbook of Emotion Elicitation and Assessment*, Oxford University Press Series in Affective Science, 2004.
- [23] J. Cohn, et al. Automatic Analysis and Recognition of Brow Actions and Head Motion in Spontaneous Facial Behavior. IEEE, Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004.
- [24] R. Fischer, "Automatic Facial Expression Analysis and Emotional Classification," University of Applied Science Darmstadt, 2004.
- [25] B. Fasel y J. Luetin, "Automatic Facial Expression Analysis: A Survey," University of Applied Science Darmstadt, 2002
- [26] E. Avci, "An expert system based on wavelet neural network-adaptive norm entropy for scale invariant texture classification," *Expert Systems with Applications*, 32, 2007, p.p. 919-926.
- [27] G. Y. Chen y W.F. Xie, "Pattern recognition with SVM and dual-tree complex wavelets," *Image and Vision Computing*, 25, 2007, p.p. 960-966.
- [28] G. Littlewort, et al. Dynamics of facial expression extracted automatically from video. *Image and Vision Computing*, 2005.
- [29] A. Singh. An estimation theoretic framework for image flow computation, IEEE Proceedings, Third International Society Conference on Computer Vision, 1990.
- [30] J. Cohn, et al. Automated Face Analysis by Feature Point Tracking has High Concurrent Validity with Manual Faces Coding. *Psychophysiology*, vol. 36, pp. 35-43, 1999.
- [31] J. Lien, et al. Detection, Tracking, and Classification of Action Units in Facial Expression. *J. Robotics and Autonomous System*, vol. 31, pp. 131-146, 2000.
- [32] A. Kapoor, Y. Qi, R.W. Picard. Fully automatic upper facial action recognition, IEEE International Workshop on Analysis and Modeling of Faces and Gestures, 2003.
- [33] B. K. HORN and B. G. SHUNK, "Determining optical flow," *Artificial Intelligence Laboratory*, USA, 1981.
- [34] A.J. Bell and T.J. Sejnowski. "An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution," *Neural Computation*, 7(6), p.p. 1129-1159, 1995.
- [35] A.J. Bell and T.J. Sejnowski. "The independent components of natural scenes are edge filters," *Vision Research*, 37(23), p.p. 3327-3338, 1997.
- [36] I. Daubechies, "Ten Lectures on wavelets," SIAM, Philadelphia, 1992.
- [37] J. C. Goswami y A. K. Chan, "Fundamentals of Wavelets: Theory, Algorithms and Applications," Wiley series in microwave and optical engineering, Wiley Interscience, 1999.
- [38] S. Mallat, "A wavelet tour of signal processing," Academic Press, 1999.
- [39] G. Strang y T. Nguyen, "Wavelet and Filter Banks," Wellesley – Cambridge Press, 1997.
- [40] A. Jensen y A. la Cour-Harbo, "Ripples in Mathematics," Springer, 2001.
- [41] I. Daubechies y W. Sweldens, "Factoring Wavelet Transform into Lifting Steps," Septiembre, 1996.
- [42] E. G. Suárez, "Caracterización de señales no estacionarias 1d y 2d utilizando wavelets adaptativas," Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, La julita, 2006.
- [43] A. R. Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens y B. L. Yeo, "Wavelet transforms that map integers to integers," Agosto, 1996, pp. 1-39
- [44] M. D. Adams, "Reversible integer to integer wavelet transforms for image coding," The University of British Columbia, Septiembre, 2002.
- [45] W. P. Choi, S. H. Tse, K. W. Wong y K. M. Lam, "Simplified Gabor wavelets for human face recognition," ScienceDirect, *Pattern Recognition*, 41, 2008, pp. 1186-1199.
- [46] D. H. Liu, K. M. Lam y L. S. Shen, "Optimal sampling of Gabor features for face recognition," *ELSERVIER, Pattern Recognition Letters*, 25, 2004, pp. 267-276
- [47] B. Braathen, et al. First Step Towards Automatic Recognition of Spontaneous Facial Action Units. Institute for Neural Computation. University of California, USA, 2001.
- [48] B. Braathen, et al. An Approach to Automatic Recognition of Spontaneous Facial Actions. Institute for Neural Computation. University of California, USA, 2002.
- [49] M. Bartlett, et al. Automatic Recognition of Facial Actions in Spontaneous Expressions. *Journal of multimedia*. Vol 1, No 6, 2006.