

MODELOS PARA LA GENERACIÓN Y TRANSMISIÓN DE VIBRACIONES AL PASO DE UN TREN

Generation and transmission models of the vibrations due to the passage of a train.

RESUMEN

El presente artículo resume los modelos empleados para representar las vibraciones generadas al paso de un tren, así como también su transmisión al entorno. Estos métodos permiten determinar la respuesta dinámica de la vía ferroviaria, considerando las fuerzas desarrolladas en el área de contacto rueda-carril, el perfil de irregularidades de la rueda, la impedancia del terreno y los mecanismos de transmisión hacia el hastial del túnel. Adicionalmente, se presenta una revisión de las técnicas de detección de vibraciones más usuales.

PALABRAS CLAVES: Contacto rueda-carril, perfil de irregularidades de las ruedas, impedancia del terreno, técnicas de detección de vibraciones.

ABSTRACT

The present paper summarizes the models employed in order to represent the vibrations generated due to the passage of a train, as well as the transmission to the surroundings. This methods allows to determine the dynamic response of railway tracks, considering the developed forces in the wheel-rail contact zone, the wheel profile irregularities, the slab impedance and the transmission mechanisms to the wall of the tunnel. Additionally, a survey of usual vibration detection techniques is presented.

KEYWORDS: Wheel-rail contact, wheel profile irregularities, slab impedance, vibration detection techniques.

JESÚS OTERO YUGAT

Ingeniero Mecánico
Doctorando
Universidad Politécnica de Cataluña
jesus.otero-yugat@upc.edu

JORDI MARTÍNEZ

Doctor Ingeniero Industrial
Titular de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
jmartinez.miralles@upc.edu

MARÍA ANTONIA DE LOS SANTOS

Doctora en Ciencias Físicas
Titular de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
tania.santos@upc.edu

SALVADOR CARDONA

Doctor Ingeniero Industrial.
Catedrático de Universidad
Universidad Politécnica de Cataluña
salvador.cardona@upc.edu

1. INTRODUCCIÓN.

Las vibraciones generadas al paso de un tren producen dos efectos diferenciados, el primero de ellos hace referencia al aspecto humano, donde los niveles de vibraciones generados inciden negativamente en los usuarios de la red de transporte, así como también en los habitantes de las zonas próximas al mismo. Por su parte, el segundo se relaciona con el funcionamiento del ferrocarril, ya que las vibraciones producidas por la interacción rueda-carril, puede disminuir la vida útil de estos componentes, incrementando las actividades de mantenimiento con el consecuente coste, que conllevará a un aumento de los costes necesarios para preservar en óptimas condiciones de funcionamiento la vía ferroviaria. Las causas anteriormente citadas tienen su origen en el contacto rueda-carril y en las irregularidades existentes en el perfil teórico de las ruedas [1], que generan vibraciones tanto en la estructura de la vía y su entorno como en el material rodante, agravando además las secuelas originadas por los esfuerzos de contacto.

2. MODELIZACIÓN DE LA VÍA.

El estudio de una vía convencional con traviesas se realiza por medio de dos modelos diferenciados [2], el primero considera que las traviesas están uniformemente distribuidas en la dirección del carril, el cual se idealiza como una viga infinita; mientras que el segundo

incorpora la masa discretizada de las mismas. Ambas modelizaciones consideran los efectos de amortiguación y rigidez existentes entre el carril y la traviesa, según se muestra en la figura 1.

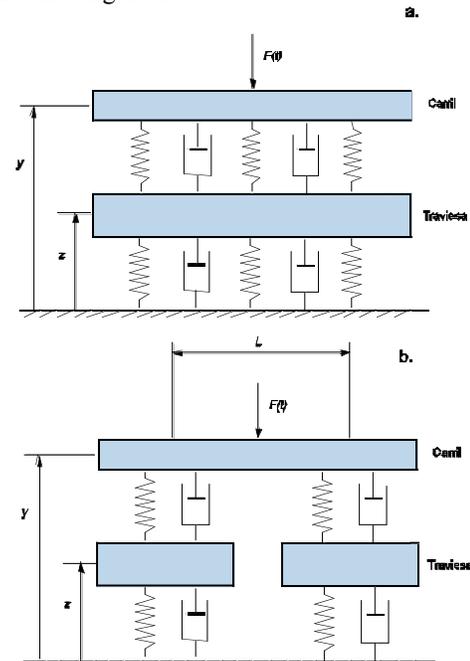


Figura 1. Modelos de vía. a. Modelo continuo. b. Modelo de traviesas discretas.

Adicionalmente, el carril puede ser considerado como una viga infinita de Euler [2, 3], la cual resulta útil para determinar la respuesta del carril y la fuerza de contacto presente entre una rueda en movimiento y el citado carril, para el rango frecuencial comprendido entre 10 y 400 Hz. Cabe destacar que según los resultados obtenidos en [3, 4], bajo este rango de frecuencias y a bajas velocidades de desplazamiento de un tren, las diferencias encontradas entre las respuestas dinámicas obtenidas para los dos modelos de vía, no son significativas, por lo que para el caso de vías metropolitanas o urbanas que cumplen con estas premisas, resulta adecuado el modelo de vía infinita con traviesas uniformemente distribuidas en la dirección del carril. La ecuación de movimiento del carril viene dada por la expresión siguiente:

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - p(x,t) = -F(t)\delta(x-vt) \quad (1)$$

siendo E el módulo de Young del carril, I la inercia del carril, S la sección del carril, ρ la densidad del carril, v la velocidad de desplazamiento del ferrocarril, x la coordenada longitudinal, y la deflexión vertical del carril, F la fuerza de excitación aplicada sobre el carril, p la carga por unidad de longitud y δ la función de Dirac.

2. MODELIZACIÓN DE LA FUERZA DE CONTACTO.

El análisis del contacto rueda-carril, hace referencia a la fuerza normal que se produce debido a la interacción entre ambos. Siguiendo este marco contextual, se han propuesto una gran variedad de formulaciones que permiten describir dicha fuerza, entre ellas cabe mencionar a la teoría de contacto no lineal de Hertz, la cual permite relacionar el desplazamiento vertical de la rueda, con el perfil de rugosidad de la misma y el desplazamiento vertical del carril, por medio de un muelle de elasticidad no lineal K_H , según se muestra en la figura 2, cuya obtención se deriva de un análisis de los radios de curvatura, presentes tanto en la vista lateral como frontal de la zona de contacto, tal como se esquematizan en la figura 3, siendo R_1 , R_2 y R'_1 , R'_2 , los citados radios de curvatura.

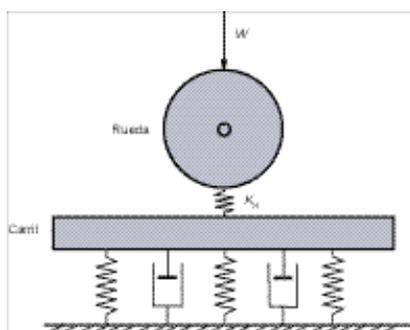


Figura 2. Esquematación del contacto rueda-carril.

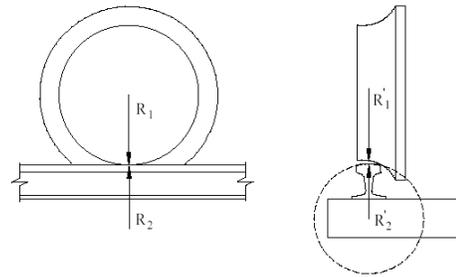


Figura 3. Vistas frontal y lateral de la zona de contacto rueda-carril.

La formulación de la Teoría no lineal de Hertz viene dada por la ecuación 2 [1].

$$F = \begin{cases} K_H (y_c - y_r + r - \varepsilon(t))^{3/2} & \delta = y_c - y_r + r - \varepsilon(t) > 0 \\ 0 & \delta = y_c - y_r + r - \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

donde y_r representa el desplazamiento vertical del carril, y_w el desplazamiento vertical de la rueda, r el radio de la rueda y ε el perfil de irregularidad de la misma.

Un modelo diferente para la obtención de esta fuerza de contacto, ha sido propuesto por [5], empleando para ello un resorte de rigidez lineal en la zona de interacción; no obstante esta metodología presenta un enfoque simple que no garantiza la obtención de resultados aproximados a la realidad.

Sin embargo, diversos autores [6] han planteado la posibilidad de linealizar la fuerza obtenida a través de la teoría de Hertz, con el objetivo de minimizar el tiempo de cálculo y las complejidades matemáticas suscitadas durante la obtención de la historia temporal de la misma, para ello la han separado en dos componentes; el primero de ellos no es más que la carga estática W aportada por el peso propio del coche, mientras que la segunda es la componente dF fluctuante de dicha fuerza de contacto. La linealización de la teoría de Hertz, representada por las expresiones 3 y 4, solamente puede ser empleada en aquellos casos en que el perfil de irregularidad de la rueda no sea severo.

$$F = W + dF \quad (3)$$

$$dF = \frac{3}{2} K_H \delta_0^{1/2} d\delta \approx C_H d\delta \quad (4)$$

siendo C_H la constante de elasticidad linealizada, $d\delta$ la componente fluctuante de la deformación de contacto y δ_0 la deformación conjunta estática.

Adicionalmente, la dinámica del contacto rueda-carril ha sido estudiada a través de los fundamentos de sistemas multisólido [7], donde las condiciones cinemáticas de contacto, se expresan en términos normales y

tangenciales a la superficie del carril; estableciendo además formulaciones lagrangianas asociadas a las ecuaciones que describen dicho sistema, tomando en cuenta además las derivadas de los vectores de posición de los puntos de contacto, respecto a los parámetros de superficie que representan la geometría de la zona de contacto. A través de este modelo, la evaluación de la fuerza normal de contacto se realiza por medio de la teoría no lineal de Hertz, incluyendo un análisis de la disipación de energía durante el mismo, por medio de la adición de condiciones de amortiguamiento a través de una constante c , atendiendo a la formulación 5.

$$F = K_H \delta^{3/2} + c \dot{\delta} |\dot{\delta}| \tag{5}$$

La teoría de Boussinesq representa una alternativa para el análisis de la interacción rueda-carril [8, 9]; por medio de la misma se supone que tanto la rueda como el carril representan subespacios elásticos infinitos, estableciendo una distribución de presiones en el área de contacto y dividiendo esta última en celdas, con la finalidad de determinar los desplazamientos individuales de cada una de ellas, para así poder generar un vector que definiría la deformación conjunta entre la rueda y el carril.

Otra metodología, aunque poco utilizada, para el estudio del contacto rueda-carril, es la denominada DPRS (Distributed Point Reacting Spring) [9]. En este método las irregularidades de la rueda y del carril, se modelizan mediante una serie de muelles de comportamiento no lineal con una rigidez específica, distribuidos en la periferia de la rueda y la superficie del carril, otorgando de esta forma propiedades elásticas a ambos. Sin embargo, se ha demostrado que las diferencias existentes entre la fuerza normal determinada por medio de la teoría no lineal de Hertz y mediante el modelo DPRS, presentan variaciones poco apreciables, además de que este último planteamiento presenta una mayor complejidad en la implementación y en el cálculo.

Por otra parte, la interacción entre la rueda y el carril, depende de una serie de factores que comprenden desde las características de la vía, asociadas a la rigidez y amortiguamiento de la misma, hasta las imperfecciones de la rueda responsables de la generación de vibraciones.

Para determinar la influencia ejercida por los diferentes perfiles de rugosidad y las imperfecciones de la rueda en la vía, y las consecuencias que las mismas producen, se han formulado a lo largo de las últimas décadas una amplia diversidad de modelos, que permiten estudiar tal ámbito.

La simulación de los efectos de las irregularidades en el perfil de una rueda, puede ser realizada en primera instancia, con una modelización sencilla que incluye la geometría de un plano redondeado en sus extremos, considerando la relación existente entre su profundidad d

y su longitud l [10], tal como se representa en las formulaciones 6 y 7.

$$\varepsilon(x) = \frac{d}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right) \tag{6}$$

$$d \approx \frac{l^2}{8r} \tag{7}$$

No obstante estudios posteriores [11], incluyen diferentes pruebas experimentales con la intención de determinar espectros y perfiles de rugosidad y de corrugación, tanto en el carril como en las ruedas; analizando para ello distintas situaciones que abarcan desde diferentes condiciones de funcionamiento, hasta diversos tipos de materiales. La figura 4 muestra un perfil de rugosidad de una rueda, generado con fase aleatoria a partir de tales espectros.

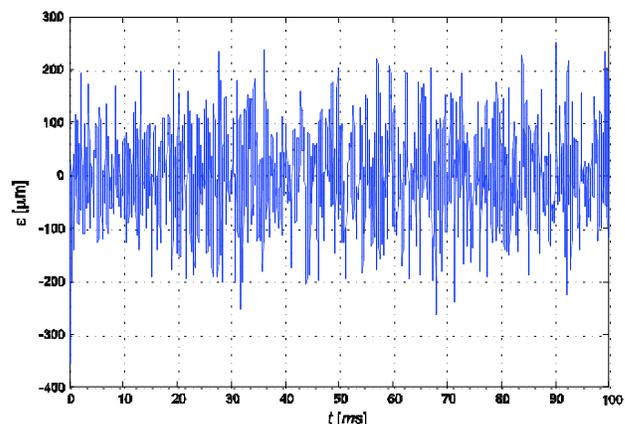


Figura 4. Perfil de irregularidad con fase aleatoria de una rueda.

3. RESPUESTA DINÁMICA DE LA VÍA.

La respuesta impulsional de la vía ha sido de igual forma objeto de estudio de diversas publicaciones [3, 4], empleando la integral de Duhamel o de convolución de núcleo variable, expresada en la ecuación 8, con la finalidad de obtener la respuesta dinámica a una carga que se desplaza a velocidad constante sobre el carril.

$$\dot{y}(t) = \int_0^t F(\tau) h_c(t - \tau) d\tau \tag{8}$$

La respuesta impulsional cruzada h_c de la vía, se obtiene a partir de la movilidad vertical del modelo de vía utilizado, definida como la relación existente entre la velocidad vertical del carril y la velocidad aplicada en el mismo, según lo reflejado en la ecuación 9.

$$M(\omega) = \frac{\dot{y}_c(x, t)}{F e^{j2\pi f t}} \tag{9}$$

Esta respuesta impulsional permite describir la velocidad vertical del carril, en un punto de contacto situado a una determinada posición, correspondiente a una fuerza ejercida por la rueda sobre el carril, localizada a una cierta distancia, permitiendo así considerar el efecto producido por la velocidad de desplazamiento del tren.

4. MODELOS DE TRANSMISIÓN DE VIBRACIONES HACIA EL TÚNEL.

Con el fin de estudiar la transmisión de las vibraciones generadas en el contacto rueda-carril hacia el hastial del túnel al paso de un tren, se han desarrollado una diversidad de investigaciones, que permiten idealizar dichos mecanismos para diferentes geometrías del túnel.

Se ha elaborado un modelo reciente basado en la historia temporal de las vibraciones generadas por un tren [12]. El mismo considera que la potencia de las vibraciones generadas por un bogie y transferidas hacia las paredes del túnel, es la suma de las potencias producidas por cada una de las ruedas, con ello se está tomando en cuenta la posibilidad de que las fuentes de vibración no están correlacionadas entre sí, por tanto se puede utilizar el principio de superposición según la ecuación 10 y visto en las figuras 5 y 6.

$$\dot{y}_{\text{bogie}}^2(t_0) = \sum \dot{y}_i^2 \quad (10)$$

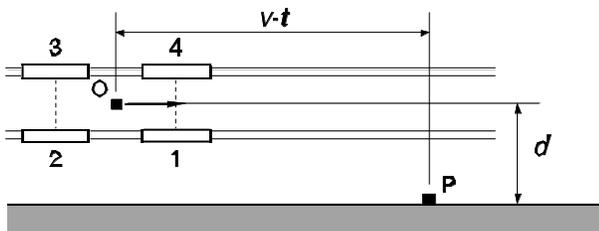


Figura 5. Criterio para la determinación de la potencia de las vibraciones generadas por un bogie.

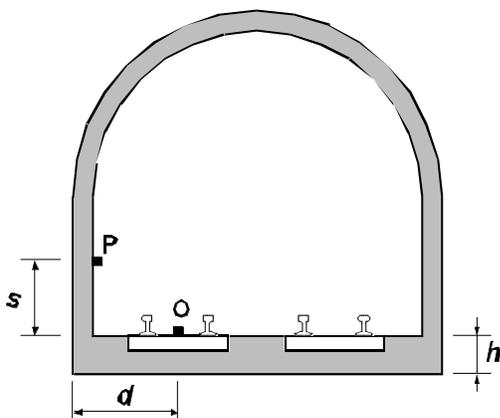


Figura 6. Criterio para la determinación de la potencia de las vibraciones generadas por un bogie.

Sobre la base de lo anterior, la magnitud de la vibración a pared de túnel se determina aplicando la ley de propagación que obedece a la expresión 11.

$$\dot{y}_{\text{tren}}^2(t) = \dot{y}_{\text{tren}}^2(t_0) \frac{d^\gamma}{(\sqrt{d^2 + (vt)^2})^\gamma} e^{\alpha(d - \sqrt{d^2 + (vt)^2})} \quad (11)$$

donde \$d\$ es la distancia existente entre la fuente de vibración y el punto de medida, \$v\$ es la velocidad de desplazamiento del tren, mientras que \$\gamma\$ es el coeficiente de atenuación geométrica y \$\alpha\$ el coeficiente de atenuación del material.

5. MODELOS DEL TERRENO.

Actualmente en algunas redes ferroviarias, los trenes se desplazan sobre una vía apoyada en losas de concreto. Con el fin de introducir el comportamiento de dichas losas en el modelo de generación y transmisión de las vibraciones, es práctica usual analizar la dinámica de placas, a las que puede asimilarse las losas de concreto.

La movilidad de una losa infinita ha sido comparada con la presente en una losa finita [13], donde para el primer caso la movilidad mecánica o admitancia del medio, se define como se muestra en la ecuación 12.

$$Y_T = \frac{1}{8\sqrt{\frac{EI}{1-\nu^2}} \rho h} \quad (12)$$

siendo \$\nu\$ el coeficiente de Poisson para el concreto, \$\rho\$ la densidad del material y \$h\$ el espesor de la losa.

Para una losa finita, la formulación general de la admitancia es distinta y obedece de las condiciones bajo las cuales se encuentre sometida. Si se considera que la misma está empotrada en sus extremos, la movilidad mecánica se puede obtener por medio de una relación funcional dependiente de los modos propios de la losa, según la ecuación 13.

$$Y_{ij}(\omega) = \frac{j\omega}{M} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_{mn}(P_i)\Phi_{mn}(P_j)}{\varepsilon_{mn}(\omega_{mn}^2(1+j\eta) - \omega^2)} \quad (13)$$

donde \$\Phi_{mn}(P_i)\$ y \$\Phi_{mn}(P_j)\$ representan los desplazamientos de los puntos \$P_i\$ y \$P_j\$ correspondientes al modo \$mn\$, \$M\$ es la masa total de la losa, \$\varepsilon_{mn}\$ es un factor de normalización de los modos y \$\eta\$ es el factor de pérdidas de la losa.

6. TÉCNICAS DE DETECCIÓN Y ANÁLISIS DE VIBRACIÓN.

Diversas metodologías destinadas para monitorizar los niveles de vibración producidos por el paso de un tren en una vía férrea, han sido diseñadas y optimizadas, utilizando para ello técnicas e instrumentación adecuadas.

Algunos autores utilizan procedimientos numéricos y experimentales [14], que permiten determinar las condiciones de corrugación y la existencia de planos en las ruedas. Dicho procedimiento computa las señales de aceleración de vibración captadas al pie del carril empleando el análisis espectral, que permite discernir e identificar un plano específico, independientemente de la existencia de otros posibles defectos existentes.

Por otra parte, las vibraciones producidas al paso de un tren pueden ser captadas a través del uso de acelerómetros [15], midiendo la componente vertical de la velocidad y de la aceleración de vibración de uno de los carriles, en un tramo recto de vía. Para ello se sitúan acelerómetros piezoeléctricos en su base ya que la vibración vertical es la más significativa. De igual manera, se considera que la vibración medida a pie de carril, es debida exclusivamente al contacto rueda-carril en el mismo; registrando simultáneamente la aceleración y la velocidad de vibración.

A estas señales de vibración, se añade la señal de la deformación del alma del carril producida por el paso de una rueda. La misma se obtiene mediante un sensor extensiométrico situado en la misma localización que el primero de los acelerómetros. Utilizando como señal indicadora del paso de las ruedas por el punto de medida ya que dicha señal depende fundamentalmente de la carga estática, debida al peso del tren, que soporta cada rueda. La figura 6 muestra la localización de los instrumentos de medición, empleados en este procedimiento de detección.



Figura 6. Disposición del acelerómetro debajo del carril y del sensor extensiométrico en el alma del carril.

7. CONCLUSIONES.

Existen diferentes modelizaciones que permiten caracterizar el comportamiento dinámico de una vía ferroviaria, y que dependen de la disposición y distribución de las traviesas a lo largo de la dirección del carril.

Los modelos utilizados para analizar la dinámica del contacto rueda-carril, presentan la finalidad de determinar la vibración de un punto del carril al paso de un bogie, con diferentes características en la superficie de sus ruedas.

Comparando la teoría de contacto no lineal de Hertz con la teoría lineal, se ha observado que el modelo lineal de fuerza de contacto presenta serias limitaciones, para el caso en que los perfiles de irregularidad sean significativos, y para cuando se presenten discontinuidades discretas o planos en la rueda.

Los modelos de transmisión permiten predecir los niveles de vibración existentes en la pared de túnel, considerando para ello el tipo de atenuación geométrica y la atenuación del material del terreno.

El desarrollo de instrumentos de medición más avanzados, ha permitido la implementación de técnicas de monitorizado más eficientes, que permiten el análisis de las vibraciones que se generan al paso de un tren y que se transmiten al entorno.

8. AGRADECIMIENTOS

Este proyecto de investigación (TRA2004 – 02624 / TREN) se está llevando a cabo gracias al soporte económico del Ministerio de Educación y Ciencia de España, dentro del Plan Nacional de I + D + I del año 2004.

9. BIBLIOGRAFÍA

- [1] WU, T.X., THOMPSON, D.J. A hybrid model for the noise generation due to railway wheel flats. *Journal of Sound and Vibration* 251(1), 2002, pp. 115 – 139.
- [2] GRASSIE, S.L., GREGORY, R.W., HARRISON, D., JOHNSON, K. L., The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation. *Journal of Mechanical Engineering Science* 24(2), 1982, pp. 77 – 90.
- [3] MARTÍNEZ, J., DE LOS SANTOS, M.A., CARDONA, S. A convolution method to determine the dynamic response in a railway track submitted to a moving vertical excitation. *Machine Vibration* 4, 1995, pp. 142 – 146.
- [4] DE LOS SANTOS, M.A., MARTÍNEZ, J., CARDONA, S. A convolution application to determine the dynamic response of a railway track.

- Mechanical Systems and Signal Processing 9(6), 1995, pp. 707 – 708.
- [5] BELOTSERKOVSKIY, P.M. Interaction between a railway track and uniformly moving tandem wheels. *Journal of Sound and Vibration* 298(4), 2006, pp. 855 – 876.
- [6] THOMPSON, D.J., WU, T.X., ARMSTRONG, T. Wheel/rail rolling noise – The effects of non-linearities in the contact zone. Tenth International Congress on Sound and Vibration. 2003.
- [7] SHABANA, A.A., ZAAZAA, K.E., ESCALONA, J.L., SANY, J.R. Development of elastic force model for wheel/rail contact models. *Journal of Sound and Vibration* 269(1), 2004, pp. 295 – 325.
- [8] SANTOS, F., DOS SANTOS, A.A., BRUNI, F., SANTOS, L.T. Evaluation of subsurface contact stresses in railroad wheels using an elastic half-space model”. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering* 26(4), 2004, pp. 420 – 429.
- [9] REMINGTON, P., WEBB, J. Estimation of wheel/rail interaction forces in the contact area due to roughness. *Journal of Sound and Vibration* 193(1), 1996, pp. 83 – 102.
- [10] NEWTON, S.G., CLARK, R.A. An investigation into the dynamic effects on the track of wheel flats on railway vehicles. *Journal of Mechanical Engineering Science* 21, 1979, pp. 287 – 297.
- [11] DINGS, P.C., DITTRICH, M.G. Roughness on Dutch railway wheels and rails. *Journal of Sound and Vibration* 193(1), 1996, pp. 103 – 112.
- [12] CARDONA, S., FERNÁNDEZ-DÍAZ, E., DE LOS SANTOS, M.A., TEJEDO, J.L., Simple model for the time history of the ground vibrations generated by underground trains as the means of monitoring the riding quality of the wheels of a bogie. *Vehicle System Dynamics Supplement* 33, 2000, pp. 421 – 434.
- [13] BENASSI, L., ELLIOTT, S.J. The equivalent impedance of power-minimising vibration controllers on plates. *Journal of Sound and Vibration*. 285, 2005, pp. 47 – 67.
- [14] BRACCIALI, A., CASCINI, G. Detection of corrugation and wheel flats of railway wheels using energy and cepstrum analysis of rail acceleration. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Journal of Rail and Rapid Transit*. 211(2), 1997, pp. 109 – 116.
- [15] CARDONA, S., JORDI, L., TEJEDO, J.L. Análisis de la eficacia en el aislamiento de vibraciones de la fijación DFF. Resultados experimentales. Convenio GISA – UPC. 2004.