

MÉTODOS NO-LINEALES DE PUNTOS INTERIORES APLICADOS AL PROBLEMA DE DESPACHO HIDROTÉRMICO

RESUMEN

Este artículo presenta un modelo de despacho hidrotérmico determinístico que tiene en cuenta las restricciones de la red y la característica cuadrática de los costos de las unidades térmicas. Se presentan varias metodologías de solución basadas en el método de puntos interiores. El modelo y las metodologías son evaluados por medio de un sistema de prueba.

PALABRAS CLAVES: Despacho Hidrotérmico, Método de Puntos Interiores, Programación no Lineal, Barrera Logarítmica.

ABSTRACT

This work presents a hydrothermal coordination model which considers the network constraints and the quadratic costs of thermal units. It shows some solution methodologies which uses interior point methods. The model and the methodologies are evaluated in a test system.

KEYWORDS: *Hydrothermal Dispatch, Interior Point Method, Non Linear Programming, Logarithmical Barrier.*

CARLOS ADRIÁN CORREA

Ingeniero Electricista
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
adrian@ohm.utp.edu.co

RICARDO ANDRÉS BOLAÑOS

Ingeniero Electricista
Profesor Catedrático
Universidad Tecnológica de Pereira
rbolanos@utp.edu.co

ALEJANDRO GARCÉS RUIZ

Ingeniero Electricista
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
alejandrog@ohm.utp.edu.co

**Integrantes Grupo de
Planeamiento en Sistemas
Eléctricos (UTP).**

1. INTRODUCCIÓN

El despacho hidrotérmico determina el programa de generación en sistemas como el colombiano, en donde el sistema presenta unidades de generación tanto hidráulicas como térmicas.

Convencionalmente, el problema es presentado bajo un modelamiento lineal sin tener en cuenta la red [1]; esto supone una simplificación frente al funcionamiento real del sistema. En general, las restricciones de la red pueden afectar significativamente los resultados obtenidos por la metodología matemática [2].

Las metodologías de solución para problemas como el despacho hidrotérmico dependen del modelamiento del mismo; usualmente se utilizan técnicas como algoritmos genéticos [3], programación dinámica [1] y métodos de punto interior para programación lineal [4]. Éstos últimos han demostrado gran eficiencia en la solución de problemas gran tamaño tanto lineales [5] como no lineales.

Éste artículo presenta un estudio comparativo entre diferentes técnicas de punto interior no lineal aplicado al problema de despacho hidrotérmico con el modelo presentado en [3].

El artículo está organizado de la siguiente forma: inicialmente se presenta el modelo matemático utilizado diferenciándole de los modelos convencionales. Posteriormente se presentan las diferentes metodologías de puntos interiores aplicadas a la solución de este problema. Finalmente se muestra el desempeño de cada una en un sistema de prueba.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El despacho hidrotérmico obtiene el itinerario de generación de cada una de las unidades hidráulicas y térmicas de un sistema, de tal forma que se minimicen los costos operativos totales a lo largo de un horizonte de planeamiento.

El problema suele ser planteado de forma estocástica debido al carácter aleatorio de las afluencias y la demanda; no obstante mediante una adecuada predicción de éstas variables, es posible llevar el problema a una forma determinística y resolverlo mediante un proceso de optimización.

La red afecta de forma significativa el resultado del despacho ya que es ésta la que permite llevar la generación deseada a los centros de consumo. Igualmente, las plantas térmicas presentan una relación entre los costos de combustible y la potencia generada que puede ser representada con mayor exactitud por medio de una función cuadrática. El modelo propuesto tiene en cuenta éstas dos consideraciones por lo cual la metodología de solución debe ser no-lineal. Igualmente, el número de restricciones crece en forma proporcional al número de nodos del sistema.

2.1 Modelo matemático considerando la red.

Las ecuaciones 1-10 representan el modelo matemático del despacho el cual puede ser usado para el mediano plazo.

$$\text{Min} \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^{N_T} \psi_{(i,t)}(P_{(i,t)}) \quad (1)$$

s.a.

$$\psi_{(i,t)}(P_{(i,t)}) = \frac{c_{(i,t)}}{2} \cdot P_{(i,t)}^2 + e_{(i,t)} \cdot P_{(i,t)} \quad (2)$$

$$V_{(j,t+1)} = V_{(j,t)} + \tau \cdot (A_{(j,t)} - Q_{(j,t)} - S_{(j,t)}) \quad (3)$$

$$P_{(j,t)} = \rho_{(j)} \cdot Q_{(j,t)} \quad (4)$$

$$P_{(i,t)} \Big|_{\text{nodo}(i)=k} + P_{(j,t)} \Big|_{\text{nodo}(j)=k} - D_{(k,t)} = \sum_{m=1}^N B_{km} \cdot \theta_m \quad (5)$$

$$-f_{km} \leq \frac{\theta_k - \theta_m}{x_{km}} \leq f_{km} \quad (6)$$

$$P_{\min(i,t)} \leq P_{(i,t)} \leq P_{\max(i,t)} \quad (7)$$

$$Q_{\min(j,t)} \leq Q_{(j,t)} \leq Q_{\max(j,t)} \quad (8)$$

$$V_{\min(j,t)} \leq V_{(j,t)} \leq V_{\max(j,t)} \quad (9)$$

$$0 \leq S_{(j,t)} \leq S_{\max(j,t)} \quad (10)$$

- i : indexa las plantas térmicas.
- j : indexa las plantas hidráulicas.
- k, m : indexan los nodos del sistema.
- P : potencia generada por cada unidad.
- D : demanda en cada nodo por periodo.
- ψ : función de costo de las plantas térmicas.
- V : volumen de cada embalse por periodo.
- Q : caudal turbinado de cada embalse por periodo.
- S : vertimientos de cada embalse por periodo.
- f : flujo de potencia máximo por cada línea.
- B : matriz de flujo DC.
- X : reactancia por línea.
- ρ : factor de turbinamiento.
- θ : ángulos nodales.

Este modelo puede ser escrito de forma matricial como se muestra en las ecuaciones 11-14.

$$\text{min} [x]^T \cdot [C] \cdot [x] + [E] \cdot [x] \quad (11)$$

s.a.

$$[G] \cdot [x] - [b] = 0 \quad (12)$$

$$h_l \leq [H] \cdot [x] \leq h_u \quad (13)$$

$$x_l \leq [I] \cdot x \leq x_u \quad (14)$$

donde C y E representan los costos, el vector [x] las variables de decisión (potencias generadas, volúmenes, ángulos y vertimientos), mientras que la ecuación (12) representa las restricciones de igualdad dadas en las ecuaciones (2-5), de igual forma, la ecuación (13) es la representación matricial de la restricción (6); finalmente la ecuación (14) representa las restricciones restantes de

valor máximo y mínimo de las variables de decisión exceptuando los ángulos nodales.

3. MÉTODO DE PUNTOS INTERIORES

El método de puntos interiores (MPI), parte de un punto inicial y obtiene las direcciones de búsqueda que dirigen el método al interior del poliedro convexo hacia un óptimo local x^* .

El MPI permite resolver problemas de optimización tanto lineales (PL) como de programación no lineal (PNL), como se muestra ampliamente en [5].

Dado que el problema tratado es un PNL se hace referencia directamente al método de puntos interiores para programación no lineal. Se presenta inicialmente el Método Primal – Dual como sigue:

3.1 Método de Puntos Interiores Primal – Dual, MPD.

Un problema de programación no lineal estándar es de la forma:

$$\text{min} f(x) \quad (15)$$

s.a.

$$g(x) = 0 \quad (16)$$

$$h^l \leq h(x) \leq h^u \quad (17)$$

$$x_l \leq I'x \leq x_u \quad (18)$$

En este caso: $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $I'x$, h_u , h_l , x_u , x_l son la función de costos (11), el conjunto de restricciones de igualdad (12), el conjunto de restricciones de desigualdad (13), el conjunto de variables canalizadas (14), los límites superior e inferior de $h(x)$, y los límites superior e inferior de $[I']x$ respectivamente. Además, el método emplea las cantidades nx , ndx , ndg , ndh como el número de variables del problema, el número de variables canalizadas, el número de restricciones de igualdad y el número de restricciones de desigualdad respectivamente.

Usando las variables de holgura ($s_i > 0$) para transformar las restricciones de desigualdad en restricciones de igualdad e introduciendo las condiciones de no negatividad en la función objetivo como términos de barrera logarítmica, el sistema es transformado en:

$$\text{min} f(x) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndh} (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndx} (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) \quad (19)$$

s.a.

$$g(x) = 0 \quad (20)$$

$$-s_1 - s_2 - h^l + h^u = 0 \quad (21)$$

$$-h(x) - s_2 + h^u = 0 \quad (22)$$

$$-s_3 - s_4 - x^l + x^u = 0 \quad (23)$$

$$-I'x - s_4 + x^u = 0 \quad (24)$$

μ^k es un parámetro de barrera que decrece en forma monótona a cero en el proceso iterativo.

Llevando las restricciones de igualdad a la función objetivo, se obtiene la función *Lagrangiana* L_u dada por:

$$L_u = f(x) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndh} (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^{ndx} (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) - y^T g(x) - z_1^T (-s_1 - s_2 - h^l + h^u) - z_2^T (-h(x) - s_2 + h^u) - z_3^T (-s_3 - s_4 - x^l + x^u) - z_4^T (-I^T x - s_4 + x^u) \quad (25)$$

Derivando la función L_u respecto a las variables w se obtiene una función $F(w)$ que cumple las condiciones necesarias de optimalidad de primer orden de Karush – Kuhn – Tucker:

$$F(w) = \begin{bmatrix} -\mu^k e + S_1 z_1 \\ -\mu^k e + S_2 (z_1 + z_2) \\ -\mu^k e + S_3 z_3 \\ -\mu^k e + S_4 (z_3 + z_4) \\ s_3 + s_4 + x^l - x^u \\ I^T x + s_4 - x^u \\ s_1 + s_2 + h^l - h^u \\ h(x) + s_2 - h^u \\ \nabla f(x) - J_g(x)^T y + J_h(x)^T z_2 + I^T z_4 \\ -g(x) \end{bmatrix}, w = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_1 \\ z_2 \\ x \\ y \end{bmatrix} \quad (26)$$

Para el problema tratado:

$$\nabla f = 2 \cdot C \cdot x + E^T \quad (27)$$

$$J_g = G \quad , \quad J_h = H \quad (28)$$

Nótese que las *Jacobianas* de las restricciones son matrices de valores constantes, hecho que simplifica el modelo. El sistema de ecuaciones, siendo no lineal y de gran tamaño puede ser resuelto por el método de Newton, así:

$$\Delta w^k = -[J_F(w^k)]^{-1} F(w^k) \quad (29)$$

La solución explícita de (29) no es computacionalmente eficiente, debido a la alta dispersidad, sin embargo, el uso de matrices dispersas puede agilizar un poco el método de búsqueda.

Los elementos de la matriz $J_F(w_k)$ se obtienen con las derivadas parciales de segundo orden de $F(w)$. Se tiene entonces:

$$\begin{bmatrix} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 + Z_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_3 & 0 & S_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Z_3 + Z_4 & S_4 & S_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ I & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_h \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I^T & 0 & J_h^T & \nabla_x^2 L_u & -J_g^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Jg & 0 \end{bmatrix} x = \begin{bmatrix} \Delta s_1^k \\ \Delta s_2^k \\ \Delta s_3^k \\ \Delta s_4^k \\ \Delta z_3^k \\ \Delta z_4^k \\ \Delta z_1^k \\ \Delta z_2^k \\ \Delta x^k \\ \Delta y^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu^k e - S_1 z_1 \\ \mu^k e - S_2 (z_1 + z_2) \\ \mu^k e - S_3 z_3 \\ \mu^k e - S_4 (z_3 + z_4) \\ -s_3 - s_4 - x^l + x^u \\ -I^T x - s_4 + x^u \\ -s_1 - s_2 - h^l + h^u \\ -h(x) - s_2 + h^u \\ -\nabla f(x) + J_g(x)^T y - J_h(x)^T z_2 - I^T z_4 \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (30)$$

Z_i : Matrices diagonales con las componentes z_i .

$$\nabla_x^2 L_u = H_f(x^k) - \sum_{j=1}^{ndg} y_j^k H_{g_j}(x^k) + \sum_{j=1}^{ndh} z_j^k H_{h_j}(x^k) \quad (31)$$

El cálculo de $\nabla_x^2 L_u$ necesita de la Hessiana de la función objetivo $H_f(x^k)$, la Hessiana de las restricciones de igualdad $H_g(x^k)$ y la Hessiana de las restricciones de desigualdad $H_h(x^k)$, en cada iteración k . Para el problema tratado $\nabla_x^2 L_u = 2 \cdot C$. Esto se da porque en su estructura considera restricciones de matrices constantes y ∇f es un vector lineal.

3.1.1 Inicialización de Variables y sus Características.

El punto inicial debe cumplir con:

$$s_1^0, s_2^0, s_3^0, s_4^0, z_1^0, (z_1^0 + z_2^0), z_3^0, (z_3^0 + z_4^0) > 0 \quad (32)$$

Como el proceso de convergencia es sensible al punto inicial, una manera de inicializar las variables primales consiste en tomar el punto medio entre los límites superior e inferior de aquellas variables canalizadas y ceros para las variables libres. Las variables y_i son cero al inicio del proceso y para las variables de holgura primal se tiene:

$$s_{1i}^0 = \min \{ \max \{ \tau h_i^\Delta, h_i(x^0) - h_i^l \}, (1 - \tau) h_i^\Delta \} \quad (33)$$

$$s_{2i}^0 = h_i^\Delta - s_{1i}^0 \quad (34)$$

$$s_{3j}^0 = \min \{ \max \{ \tau x_j^\Delta, I^T x_j - x_j^l \}, (1 - \tau) x_j^\Delta \} \quad (35)$$

$$s_{4i}^0 = x_j^\Delta - x_{3j}^0 \quad (36)$$

Donde $h^A = h^u - h^l$, y $x^A = x^u - x^l$, típicamente $\tau = 0.25$. Finalmente, las variables de holgura dual son inicializadas como:

$$z_1^0 = \mu^0 (S_1^0)^{-1} e \quad (37)$$

$$z_2^0 = \mu^0 (S_2^0)^{-1} e - z_1^0 \quad (38)$$

$$z_3^0 = \mu^0 (S_3^0)^{-1} e \quad (39)$$

$$z_4^0 = \mu^0 (S_4^0)^{-1} e - z_3^0 \quad (40)$$

3.1.2 Actualización de las Variables Primal y Dual

Como el MPI es iterativo, después de obtener las direcciones Δw^k , los nuevos valores de las variables para la iteración $k+1$ son obtenidos de:

$$x^{k+1} = x^k + \gamma \alpha_p^k \Delta x^k \quad (41)$$

$$s_i^{k+1} = s_i^k + \gamma \alpha_p^k \Delta s_i^k \quad ; \quad i = 1,2,3,4 \quad (42)$$

$$y^{k+1} = y^k + \gamma \alpha_d^k \Delta y^k \quad (43)$$

$$z_i^{k+1} = z_i^k + \gamma \alpha_d^k \Delta z_i^k \quad ; \quad i = 1,2,3,4 \quad (44)$$

El valor de $\gamma \in (0,1)$ y es un parámetro de seguridad para garantizar que el próximo punto satisfaga las condiciones de no negatividad. Un valor típico es $\gamma=0.99995$.

Los escalares α_p^k y $\alpha_d^k \in (0, 1]$, son las longitudes de paso primal y dual, respectivamente para la iteración k . Estos valores son obtenidos así:

$$\alpha_p^k = \min_{ij} \left\{ 1, \min_{\Delta s_{1i}^k < 0} \left(\frac{-s_{1i}^k}{\Delta s_{1i}^k} \right), \min_{\Delta s_{2i}^k < 0} \left(\frac{-s_{2i}^k}{\Delta s_{2i}^k} \right), \right. \quad (45)$$

$$\left. \min_{\Delta s_{3i}^k < 0} \left(\frac{-s_{3i}^k}{\Delta s_{3i}^k} \right), \min_{\Delta s_{4i}^k < 0} \left(\frac{-s_{4i}^k}{\Delta s_{4i}^k} \right) \right\}$$

$$\alpha_d^k = \min_{ij} \left\{ 1, \min_{\Delta z_{1i}^k < 0} \left(\frac{-z_{1i}^k}{\Delta z_{1i}^k} \right), \min_{\Delta z_{3j}^k < 0} \left(\frac{-z_{3j}^k}{\Delta z_{3j}^k} \right), \right. \quad (46)$$

$$\left. \min_{\Delta z_{1i}^k + \Delta z_{2i}^k < 0} \left(\frac{-(z_{1i}^k + z_{2i}^k)}{\Delta z_{1i}^k + \Delta z_{2i}^k} \right), \min_{\Delta z_{3j}^k + \Delta z_{4j}^k < 0} \left(\frac{-(z_{3j}^k + z_{4j}^k)}{\Delta z_{3j}^k + \Delta z_{4j}^k} \right) \right\}$$

3.1.3 Reducción del Parámetro de Barrera.

El valor residual de la condición de complementariedad es llamado *gap de complementariedad*, y es calculado en cada iteración k por :

$$\rho^k = (z_1^k)^T s_1^k + (z_1^k + z_2^k)^T s_2^k + (z_3^k)^T s_3^k + (z_3^k + z_4^k)^T s_4^k \quad (47)$$

La secuencia $\{\rho^k\}_{k=1}^\infty$ debe tender a cero, y la relación entre ρ^k y μ^k , podría ser reducida en cada iteración k en

función a la disminución del *gap de complementariedad*, según la expresión:

$$\mu^{k+1} = \beta^k \frac{\rho^k}{2(ndx+ndl)} \quad (48)$$

Donde β es un *parámetro de centralización*.

Para compensar los objetivos de reducir μ^k y mejorar la dirección central, β^k se escoge dinámicamente como $\beta^{k+1} = \max \{0.95\beta^k, 0.1\}$, con $\beta^{k+1} = 0.2$.

3.1.4 Criterios de Convergencia.

El sistema (30) debe ser resuelto hasta que los siguientes criterios de convergencia sean cumplidos:

➤ Factibilidad Primal

$$\max \left\{ \left\| g(x^k) \right\|_\infty, \max \{x^l - x^k\}, \max \{x^k - x^u\}, \max \{h^l - h(x^k)\}, \max \{h(x^k) - h^u\} \right\} \leq \epsilon_f \quad (49)$$

➤ Factibilidad Dual

$$\max \frac{\left\| \nabla f(x^k) - J_g(x^k)^T y^k + J_h(x^k)^T z_2^k + I^T z_4^k \right\|_\infty}{1 + \left\| x^k \right\|_2} \leq \epsilon_f \quad (50)$$

➤ Condición de Optimalidad

$$\frac{\rho^k}{1 + \left\| x^k \right\|_2} \leq \epsilon_0 \quad (51)$$

3.2 Método de Puntos Interiores de Alto Orden

En general los métodos de alto orden, predicen una dirección de búsqueda, *afine – scaling*, que es corregida posteriormente para mejorar el método y agilizar el proceso de búsqueda de la solución óptima, como parte del trabajo, se presentan los siguientes métodos de alto orden: Método Predictor Corrector (MPC) y Método Predictor con Múltiples Pasos de Corrección (MPMC).

3.2.1 Método Predictor – Corrector, MPC.

El método predictor corrector es una modificación del Método Primal – Dual, mejorando el cálculo de las direcciones de búsqueda para acelerar la convergencia. El MPC soluciona dos sistemas lineales en cada iteración, usando la misma matriz cuadrada de coeficientes de (30), la diferencia radica en los vectores $F(w^k)$ del lado derecho de este sistema, esos dos sistemas definen los pasos predictor y corrector, respectivamente.

Adicionando al sistema Newton los términos de segundo orden, se tiene:

$$J_F(w^k) \Delta w^k = -M(w^k) + \mu^k u - \Delta \quad (52)$$

donde:

$$\Delta = \left[\Delta S_1 \Delta Z_1, \Delta S_2 (\Delta Z_1 + \Delta Z_2), \Delta S_3 \Delta Z_3, \Delta S_4 (\Delta Z_3 + \Delta Z_4), 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T \quad (53)$$

De (52) se obtienen tres componentes para la dirección de búsqueda. Estas direcciones son divididas en dos pasos: *Predictor* y *Corrector* para el MPC.

$$\Delta W^k = \underbrace{\Delta W_{af}^k}_{\text{Predictor}} + \underbrace{\Delta W_{ce}^k + \Delta W_{co}^k}_{\text{Corrector}} \quad (54)$$

ΔW_{af}^k es la *dirección predictor* o dirección *affine – scaling* con $\mu^k = 0$.

ΔW_{ce}^k es la *dirección central* con un μ^k apropiado.

ΔW_{co}^k es la *dirección corrector* sólo con el tercer vector del lado derecho de (52).

➤ Paso Predictor

La dirección *affine–scaling* es calculada solucionando (52) solamente teniendo en cuenta el primer vector del lado derecho:

La dirección de *affine – scaling* es usada para aproximar los términos no–lineales Δ de la parte derecha de (52) y para estimar un valor del parámetro de barrera μ^k , que serán usados en el paso corrector.

El tamaño de paso primal y dual, en la dirección de *affine–scaling*, α_p^{af} y α_d^{af} son calculados usando (45) y (46) respectivamente y reemplazando k por af .

Igualmente el *gap de complementariedad* del paso predictor es dado por:

$$\begin{aligned} \rho^{af} = & (z_1 + \gamma \alpha_d^{af} \Delta z_1^{af})^T (s_1 + \gamma \alpha_p^{af} \Delta s_1^{af}) + \\ & (z_1 + z_2 + \gamma \alpha_d^{af} (\Delta z_1^{af} + \Delta z_2^{af}))^T (s_2 + \gamma \alpha_p^{af} \Delta s_2^{af}) + \\ & (z_3 + \gamma \alpha_d^{af} \Delta z_3^{af})^T (s_3 + \gamma \alpha_p^{af} \Delta s_3^{af}) + \\ & (z_3 + z_4 + \gamma \alpha_d^{af} (\Delta z_3^{af} + \Delta z_4^{af}))^T (s_4 + \gamma \alpha_p^{af} \Delta s_4^{af}) \end{aligned} \quad (55)$$

Una estimación de μ^{af} es:

$$\mu^{af} = \min \left\{ \left(\frac{\rho^{af}}{\rho^k} \right), 0.2 \right\} \frac{\rho^{af}}{2(ndx + ndh)} \quad (56)$$

➤ Paso Corrector

Con los resultados del paso predictor se puede calcular la dirección ΔW^k , resolviendo todo el sistema (52).

El paso corrector calcula simultáneamente las direcciones ΔW_{ce}^k y ΔW_{co}^k .

El esfuerzo adicional en el método predictor – corrector se presenta en el cálculo de ΔW_{af}^k , μ^{af} , α_p^{af} y α_d^{af} , sin embargo, tiene como ventajas la reducción del número de iteraciones y de tiempo computacional.

3.2.2 Método Predictor con Múltiples Pasos de Corrección, MPMC.

Una vez calculada la dirección *affine – scaling*, se calculen m pasos de corrección, con el fin de mejorar la dirección de búsqueda, éstas se calculan de la siguiente forma:

$$[J_F] \begin{bmatrix} \Delta S_1^{m+1} \\ \Delta S_2^{m+1} \\ \Delta S_3^{m+1} \\ \Delta S_4^{m+1} \\ \Delta z_3^{m+1} \\ \Delta z_4^{m+1} \\ \Delta z_1^{m+1} \\ \Delta z_2^{m+1} \\ \Delta x^{m+1} \\ \Delta y^{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_1 z_1 + \mu^{af} e - \Delta S_1^m \Delta z_1^m \\ -S_2 (z_1 + z_2) + \mu^{af} e - \Delta S_2^m (\Delta z_1^m + \Delta z_2^m) \\ -S_3 z_3 + \mu^{af} e - \Delta S_3^m \Delta z_3^m \\ -S_4 (z_3 + z_4) + \mu^{af} e - \Delta S_4^m (\Delta z_3^m + \Delta z_4^m) \\ -s_3 - s_4 - x' + x'' \\ -I' x - s_4 + x'' \\ -s_1 - s_2 - h' + h'' \\ -h(x) - s_2 + h'' \\ -\nabla f(x) + J_g(x)^T y - J_h(x)^T z_2 - I'^T z_4 \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (57)$$

Para el caso $m = 0$, $\Delta W^0 = \Delta W^{af}$, y después de realizada la corrección, $\Delta W^k = \Delta W^m$. El siguiente paso de corrección ($m+1$) es efectuado si, a) es posible obtener una disminución del *gap de complementariedad* ($\rho^m < \rho^{m-1}$) en la iteración m , b) m es menor que un número máximo de pasos de corrección M (típicamente igual a 5). Cuando el proceso es interrumpido la dirección de búsqueda es $\Delta W^k = \Delta W^{k-1}$.

4. RESULTADOS OBTENIDOS.

La metodología propuesta se valida sobre el sistema de prueba de 6 nodos descrito en [1] con las modificaciones planteadas en [2]. Los tres algoritmos de puntos interiores descritos anteriormente, MPD, MPC y MPMC son implementados en MatLab 7.0, utilizando funciones de matrices dispersas para reducir los tiempos de cálculo. Los resultados numéricos concuerdan con los obtenidos en [2] por lo cual el análisis básico se centrará en los tiempos de cálculo. Los parámetros utilizados son los siguientes: $\beta^0 = 0.2$, $\mu^0 = 0.1$, $\gamma = 0.99995$, $\varepsilon_0 = 10^{-5}$, $\varepsilon_f = 10^{-5}$, y para el algoritmo MPMC ($M = 5$), número máximo de pasos de corrección.

Un estudio comparativo del desempeño de los algoritmos implementados se muestra en la tabla 1. Se puede observar que los tres algoritmos convergen rápidamente con un número reducido de iteraciones para alcanzar el valor óptimo de 12204. Las gráficas 1, 2 y 3 muestran la evolución del parámetro de barrera y de los valores que determinan el proceso de convergencia como la factibilidad primal y dual y la condición de optimalidad.

Algoritmo	Tiempo de ejecución (s)	Número de iteraciones
MPD	1.234	9
MPC	0.953	6
MPMC	0.922	5

Tabla 1. Comparación del desempeño de los algoritmos

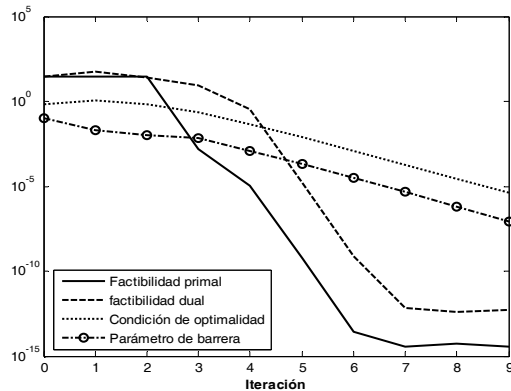


Figura 1. Evolución de parámetros para el algoritmo MPD

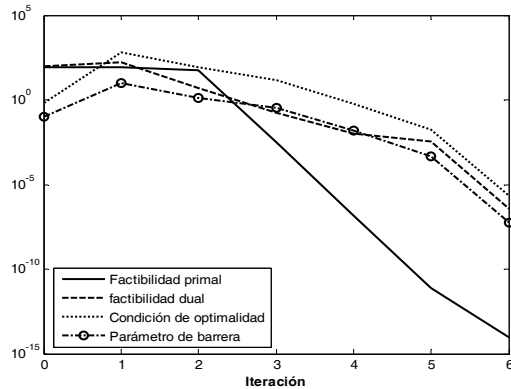


Figura 2. Evolución de parámetros para el algoritmo MPC

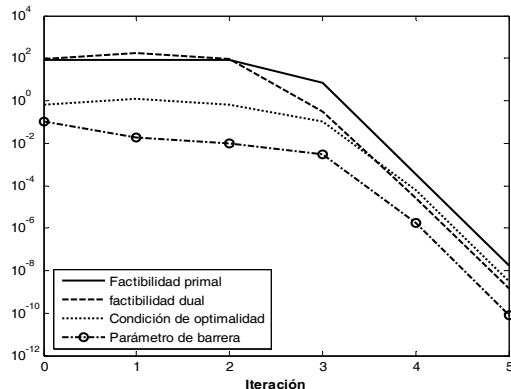


Figura 3. Evolución de parámetros para el algoritmo MPMC

5. CONCLUSIONES

La metodología propuesta de puntos interiores presenta alta eficiencia para solucionar el problema de despacho hidrotérmico bajo el modelamiento presentado.

Los tiempos de cómputo de los algoritmos MPC y MPMC son muy cercanos ya que la reducción de iteraciones en el último contrasta con los múltiples pasos de corrección.

La metodología utilizada requiere el cálculo de matrices jacobianas y hessianas de las restricciones de igualdad y desigualdad, además del gradiente y hessiana de la función lagrangiana. Por lo general estos cálculos devienen en alta carga computacional, pero para el problema tratado resultan simples, lo cual hace que el algoritmo utilice poco tiempo para crear estas matrices.

Los métodos de alto orden reducen el tiempo de cálculo al igual que el número de iteraciones requeridas para alcanzar la convergencia.

6. AGRADECIMIENTOS.

Los autores expresan sus agradecimientos al grupo de investigación en Planeamiento de Sistemas Eléctricos de Potencia de la Universidad Tecnológica de Pereira.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] WOOD Allen, WOLLENBERG Bruce. *Power generation, operation and control*. John Wiley & sons. 1984.
- [2] GARCÉS, Alejandro; GALVIS, Juan Carlos; GÓMEZ, Oscar, "Algoritmo Evolutivo Diferencial Aplicado al Problema de Despacho Hidrotérmico" *Revista Scientia Et Technica*. Año XII, No 31. Agosto de 2006. UTP. ISSN 0122-1701.
- [3] GIL, Esteban; BUSTOS Julian; RUDNICK Hugh; "Short-Term hydrothermal generation scheduling model using a genetic algorithm". *IEEE Trans. On Power Systems*. Vol 18 N° 4. Nov 2003.
- [4] CHRISTOFORIDIS, M.; AGANAGIC, M.; AWOBAMISE, B.; Tong, S.; RAHIMI, A.F.; "Long-term/mid-term resource optimization of a hydrodominant power system using interior point method". *IEEE Trans. On Power Systems*. Vol 11, N°1, Feb. 1996.
- [5] RIDER, Marcos J. "Método de puntos interiores para optimización en sistemas eléctricos". En: *Seminario de optimización en sistemas de potencia*. Pereira, Nov de 2004.
- [6] CAPITANESCU, Florin et al. "Interior point based algorithms for the solution of optimal power flow problems". *Electric Power systems research*. 2006.
- [7] GARCÉS, R., Alejandro, GALVIS M, Juan C. GALLEGO R., Ramón A. "Un nuevo modelo de despacho hidrotérmico en ambientes de mercado usando algoritmos genéticos." *Revista Cientia Et Técnica*. Año XII, No. 30. Mayo de 2006. UTP. ISSN 0122-1701.