

# DISEÑO, CONSTRUCCIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE UN EQUIPO AUTÓNOMO DE USO DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE LA RESPUESTA DE CIRCUITOS RLC A DIVERSOS TIPOS DE SEÑAL DE ENTRADA

## RESUMEN

La visualización del comportamiento de los circuitos RLC es muy importante en la didáctica del análisis de circuitos a diferentes niveles educativos. Este artículo presenta los pasos seguidos en la elaboración de un equipo didáctico para el análisis de circuitos.

**PALABRAS CLAVES:** Resistencia, Capacitancia, Inductancia, Ecuación diferencial, Transformada de Laplace, fracciones parciales, función de transferencia, variables de estado.

## ABSTRACT

The visualization of performance of RCL circuits is very important in the didactics of circuit analysis, at different educational levels. This article illustrates the steps followed to construct a didactic device for the analysis of circuits.

## DIANA MILENA PEÑA E

Candidata a Magíster en Instrumentación Física  
Universidad Tecnológica de Pereira.  
dmpena@uniquindio.edu.co

## RAMIRO ARANGO

Profesor asistente  
Universidad del Quindío.  
Estudiante Maestría en Instrumentación Física Universidad Tecnológica de Pereira.  
ramy@uniquindio.edu.co

## EDUARDO ARANGO POSADA

Profesor titular  
Universidad del Quindío.  
Magíster en Física. Universidad de Antioquia.  
eduardoarango@uniquindio.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

Una herramienta importante de trabajo en física es el Análisis de Circuitos, que consiste básicamente en tener información sobre fuentes de energía, elementos que conforman un circuito, conexión en un circuito, aplicación de las leyes de Kirchhoff, la ley de Ohm y otros conceptos de circuitos, las relaciones voltaje, corriente, caída de tensión en el condensador y la bobina y los circuitos equivalentes para encontrar las magnitudes de los voltajes y corrientes dentro del circuito [8].

El proyecto tiene fines didácticos y de investigación con aplicación en física básica a nivel universitario.

Este trabajo pretende construir un dispositivo para la física experimental que permita visualizar y facilitar el análisis de los circuitos RLC, en la forma como responde un circuito a varias señales de entrada.

Primero se muestran las etapas seguidas en la construcción de herramientas de Software y Hardware que permitan el análisis de los circuitos RLC.

Se plantean luego varias alternativas de trabajo:

- 1- Simulación en el PC
- 2- Registro y medidas en el PC.
- 3- Construcción de equipo autónomo.

## 2. SOPORTE TEÓRICO

A continuación se muestran algunas herramientas teóricas utilizadas para la elaboración del proyecto.

### 2.1 Metodología para el análisis de circuitos

**Fase 1.** Conocimientos de algunos conceptos matemáticos, físicos y del algoritmo seguido para su solución. Después de obtener la función de transferencia, uno de los procedimientos es aplicar la transformada inversa de Laplace para llegar por fracciones parciales a la función en el tiempo, por lo tanto:

$$D_s = \frac{1}{S^2 + W^2} \frac{1}{LC} \frac{1}{S^2 + R/L S + \frac{1}{LC}} \quad (1)$$

La ecuación (1) es la función de transferencia alimentada con una función seno en el plano de S de un circuito RLC serie. [9] [10].

Aplicando fracciones parciales se obtiene la ecuación (2)

$$D_s = \frac{A}{(S - p_1)} + \frac{B}{(S - p_2)} + \frac{C}{(S - p_3)} + \frac{D}{(S - p_4)} \quad (2)$$

de donde, A, B, C, D son constantes expresados en la ecuaciones (3), (4).

$$A = *B = \frac{j}{2w \left[ w^2 - \frac{1}{LC} - jw \frac{R}{L} \right]} \quad (3)$$

$$C = *D = \frac{-j}{\left[ \frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \right] \left[ \left( \frac{R}{2L} \right)^2 + \left( w^2 - \frac{1}{LC} + \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \right) - j \frac{R}{L} \left( \frac{1}{LC} - \left( \frac{R}{2L} \right)^2 \right) \right]} \quad (4)$$

Luego de que se han obtenido A, B, C y D [5] para conseguir la ecuación en función del tiempo deben reemplazarse los valores de R, L, C y continuar el proceso.

METODO DE LA TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE

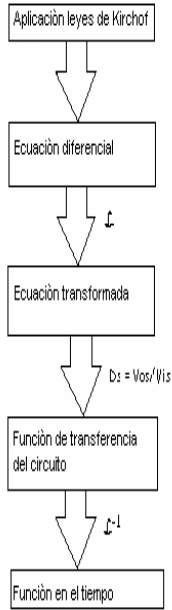


Figura 1.1 [9] [10]

MÉTODO DE DISCRETIZAR UN SISTEMA CONTINUO

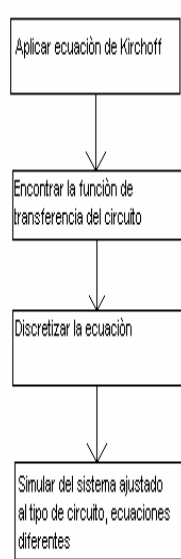


Figura 1.2

El hallar una ecuación como (2) permite obtener una ecuación que represente el sistema en el tiempo, aunque a veces este procedimiento es muy complejo en su desarrollo y hacer el análisis del comportamiento mucho más simple (análisis de raíces, polos, ceros) implica cambiar de procedimiento como es el caso de la utilización las simulaciones para poder verificar y observar las respuestas de los circuitos.

En la figura 1.1, se muestra uno de los procedimientos en el análisis de circuitos utilizando la transformada inversa de Laplace junto con el análisis utilizando una herramienta de simulación.

**Fase 2. Métodos para llegar a simular un circuito.**

La simulación permite validar un modelo. Como no se tiene la información en forma compacta de la solución en el tiempo muchas veces la simulación es el único camino, pues la solución en el tiempo es muy compleja. En seguida se enumeran varios métodos de simulación:

**Método 1.** Usar un método numérico para la solución de ecuaciones diferenciales como por ejemplo el método de Runge Kutta, usado por el Simulink del Matlab con el cual se confrontan los resultados de las medidas y simulaciones realizadas.

**Método 2.** Aplicando a la función de transferencia, la transformada Z a través de un mapeo de (S) en (Z) utilizando la transformación bilineal para obtener la ecuación de diferencias.

**Método 3.** Otra forma de obtener una respuesta del comportamiento del circuito es recurriendo a las variables de estado: El estado de un sistema dinámico, es el conjunto más pequeño de variables (denominadas variables de estado), tales que el conocimiento de esas variables en  $t = t_0$  juntamente con la entrada para  $t \geq t_0$ , determinan totalmente el comportamiento del sistema para cualquier tiempo  $t \geq t_0$ . En la figura 1.2 se muestra un proceso alternativo de simulación que trata de discretizar un sistema continuo.

Un sistema de ecuaciones diferenciales de coeficientes constantes continuo y lineal puede ser expresado como un conjunto de ecuaciones diferenciales matriciales de primer orden dado por:

$$\dot{x} = Fx + Gu + G_1w \tag{5}$$

Donde  $u$  es la entrada del sistema, y  $w$  es un distorsión. La salida puede ser expresada como una combinación del estado ( $x$ ), y de la entrada ( $y$ ), así [6]:

$$y = Hx + Ju \tag{6}$$

Utilizando el método de variación de parámetros de Lagrange se puede llegar a una solución discreta del sistema, tal como aparece en [6]. De tal suerte que se llega a un sistema discreto equivalente, en el cual se tiene que:

$$\dot{X} = \Phi X + \Gamma u \tag{7}$$

$$Y = H X \tag{8}$$

Donde  $X$  y  $u$  son las versiones discretas de las variables de estado y la entrada del sistema continuo como aparece en la Figura 2.

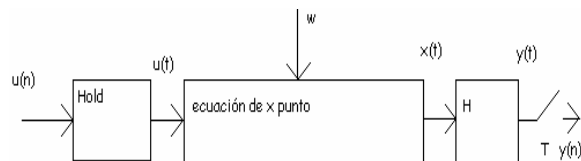


Figura 2. Definición del sistema con la forma de operación mostrada

La solución discreta a tal sistema se reduce a hallar la matriz

$$\Phi = e^{FT} \tag{9},$$

$$y \Gamma = \int_0^T e^{F\eta} d\eta G \tag{10},$$

Expandingo  $\Phi = e^{FT} = I + FT + \frac{F^2T^2}{2!} + \frac{F^3T^3}{3!} + \dots$

(11) También se puede escribir  $\Phi = I + FT\Psi$  (12)

con,  $\Psi = I + \frac{FT}{2!} + \frac{F^2T^2}{3!} + \dots$  (13) Evaluando

$\Gamma$  se obtiene

$$\Gamma = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{F^k T^{k+1}}{(k+1)!} G = \Psi TG \quad (14)$$

El programa lógico para hallar  $\Phi$  y  $\Gamma$  para casos simples [6] es:

- 1- Seleccionar el período T y describir la matrices F y G.
- 2- La matriz I es la identidad
- 3- La matriz  $\Psi$  es I
- 4- k es 1
- 5- Si k=1 irse al paso 9
- 6- La matriz  $\Psi$  es  $I + \frac{FT}{k} \Psi$
- 7- Hacer que k sea k-1
- 8- Ir al paso 5
- 9- La matriz  $\Gamma$  es  $T\Psi G$
- 10- La matriz  $\Phi$  es  $I + FT\Psi$  [6]

La implementación en Matlab del algoritmo descrito es de vital importancia para la realización de las simulaciones, utilizando las variables de estado del sistema y llevado a un programa que simule el comportamiento del circuito donde puede determinarse el tipo de circuito y el tipo de alimentación que se desea.

De la fase 2 el método 1 se toma como ejemplo para el artículo el circuito de la figura 3, a fin de ser simulado en el Matlab.

Al identificar el tipo de circuito, condiciones iniciales y variables involucradas se procede a aplicar el método de variables de estado, por ejemplo:

Para un circuito RLC como el de la figura (3) el comportamiento dinámico queda totalmente definido para  $t > t_0$  si se conocen los valores iniciales de la corriente  $i(t_0)$ , la tensión del condensador  $v_c(t_0)$  y la tensión de entrada  $v(t)$  para  $t \geq t_0$ . Así, el estado del circuito para  $t \geq t_0$  quedan totalmente determinadas por  $i(t)$ ,  $v_c(t)$  y la tensión de entrada  $v(t)$  para  $t \geq t_0$  en este sistema las variables de estado son:

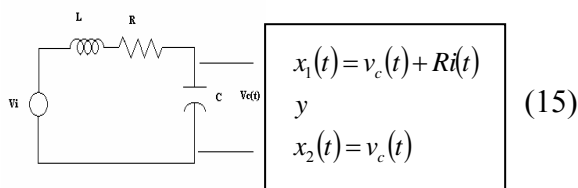


Figura 3. Circuito RLC serie

Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema son:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri + v_c &= v \\ C \frac{dv_c}{dt} &= i \end{aligned} \quad (16)$$

En notación vectorial matricial quedan expresadas

$$\begin{bmatrix} \dot{i} \\ \dot{v}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \dots\dots 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} [v] \quad (17)$$

Es importante conocer que la elección de las variables de estado depende del circuito a estudiar (no es única) [7].

El proceso siguiente es llevar mediante un programa hecho en el MATLAB estas variables de estado para que él nos simule el comportamiento del sistema. Conocidas o dadas al programa las condiciones iniciales, es decir los valores de R, L, C la frecuencia de muestreo y la función de entrada con el que es excitado el circuito se obtiene la respuesta del sistema.

El siguiente es el programa adaptado del algoritmo anterior descrito en el método 3 a un ejemplo tomado [6] en Matlab.

```
function [phi,gamma] =
aproxdigital(F,G,Ts)
%libro control digital pagina 136-137
I=eye(size(F,1),size(F,2));
psi=I;
for(k=21:-1:2)
psi=I+(F*Ts/k)*psi;
end
gamma=Ts*psi*G;
phi=I+F*Ts*psi;
```

Hay otros programas adaptados de este procedimiento que permiten realizar la simulación, pero que no han sido relacionados aquí.

Como método de comparación de los resultados o de los gráficos obtenidos se utiliza el SIMULINK del MATLAB y se obtiene para este caso los resultados gráficos del comportamiento del circuito.

Los anteriores son métodos de verificación de los circuitos estudiados

### 3. ETAPAS DE IMPLEMENTACIÓN DEL PANEL DIDÁCTICO PARA EL ANÁLISIS DE CIRCUITOS RLC

#### 3.1 Simulación en el PC.

Mediante un programa realizado en C++ BUILDER donde se simula la pantalla real SED1330FBA, se

pretende simular en la pantalla un osciloscopio que cumpla con características similares a las de un osciloscopio real, características como un ofset, trigger, periodo de muestreo, congelar y refrescar la imagen, programado en C mediante cursores que pueden modificar la frecuencia y amplitud de la señal, graficar las simulaciones medir la amplitud y la frecuencia de los circuitos ya que el programa permite realizarlos variando los valores de resistencia R, capacitancia C e impedancia L y también permite escoger el tipo de circuito serie; paralelo. Mostrado en la Figura 4. La figura muestra la señal de salida simulada del circuito RC serie para datos particulares de R, C.

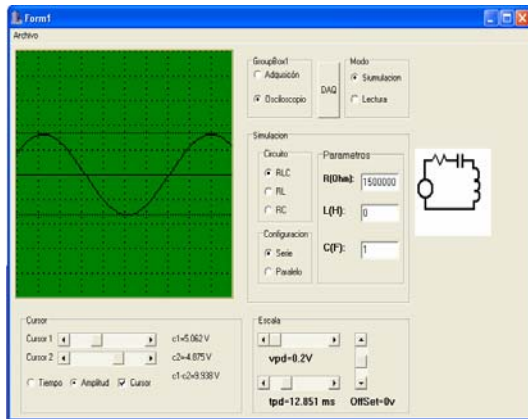


Figura 4. Interface de la simulación de la pantalla en C++ Builder

### 3.2 Registro de medidas en el PC usando la tarjeta de adquisición de datos LabJack

Se utiliza la tarjeta de adquisición de datos LABJACK [11] (comunicación por USB, DB25 conector I/O digital, 30 terminales, 16 líneas I/O digitales, llamadas D0 –D15, conexión a tierra y 5 voltios y otros), y usando el programa realizado en C++ BUILDER donde se simula la pantalla real SED1330FBA. Se adquieren datos de un circuito real alimentado por una señal de un generador de frecuencias y llevada mediante la tarjeta al PC este visualiza el comportamiento del circuito en la pantalla simulada. La idea al finalizar el trabajo es suprimir la tarjeta Labjack y realizar la lectura de datos en el PC a través de un microcontrolador. Esquema mostrado en la figura 5.

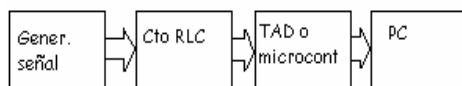


Figura 5 Diagrama de bloques del registro de medidas en el PC

### 3.3 Equipo autónomo.

La figura 6 ilustra las partes en las que ha seccionado la construcción del equipo.

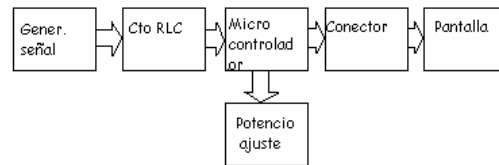


Figura 6. Diagrama de bloques del sistema

Para desarrollar cada parte del panel descrito en el diagrama anterior se procedió a: Construcción del generador de frecuencia utilizando el XR2206 [2]. Construcción de fuente de alimentación del circuito. Estudio de posibilidades de implementación de visualización utilizando la pantalla EPSON SED 1330FBA [4]. Visualización de la lectura por medio de la pantalla SED1330FBA (Curvas de voltaje de entrada y salida). Análisis de resultados obtenidos de cada circuito.

### 3.3.1 Etapa de desarrollo. Contempla las siguientes fases:

**Fase 1. Generador de frecuencias:** Para construir esta parte del panel se utilizó el circuito integrado XR2206 [2]. El circuito implementado con el XR2206 para generar ondas senoidal, triangular y cuadrada a las cuales se les puede variar frecuencia y amplitud.

### Fase 2. Circuito RLC

Esta fase depende del usuario quien debe escoger el tipo de circuito a implementar y a estudiar con valores típicos de R y C pero con valores dados de L, ya que la bobina ha sido elaborada previamente y no se disponen de demasiados valores para ella.

### Fase 3. Tarjeta de Adquisición de datos

El trabajo inicialmente se realiza utilizando la tarjeta de adquisición de datos Labjack, pero la idea es reemplazarla por un microcontrolador 16F876A de 40 pines de manera que el equipo sea autónomo. Este desarrollo está en proceso de implementación.

### Fase 4. Conector

Este dispositivo solo cumple con funciones de comunicar el microcontrolador con la pantalla de visualización consta de 24 pines.

### Fase 5. Pantalla de visualización

Se utilizó la pantalla Epson que contiene dentro de sus componentes el circuito integrado SED1330FBA [4], esta es una pantalla gráfica en la que se visualiza el comportamiento del circuito cuando ha sido alimentado a través del generador de frecuencias.

## 4. RESULTADOS

### 4.1 Simulación de la pantalla en el PC

Se utiliza la tarjeta de adquisición de datos LABJACK [11]. Mediante un programa realizado en C++ BUILDER donde se simula la pantalla real

SED1330FBA. La idea es simular en la pantalla un osciloscopio que cumpla con características similares a las reales, como son las de tener ofset, trigger, programado en el PC y además dar la facilidad para modificar frecuencia y amplitud de la señal, graficar en tiempo real y simular circuitos ya que el programa permite realizarlos variando los valores de resistencia R, capacitancia C e impedancia L y también permite escoger el tipo de circuito serie; paralelo. Mostrado en la Figura 7.

En la figura se Observa la señal de salida simulada del circuito RLC serie para datos particulares de R, L, C.

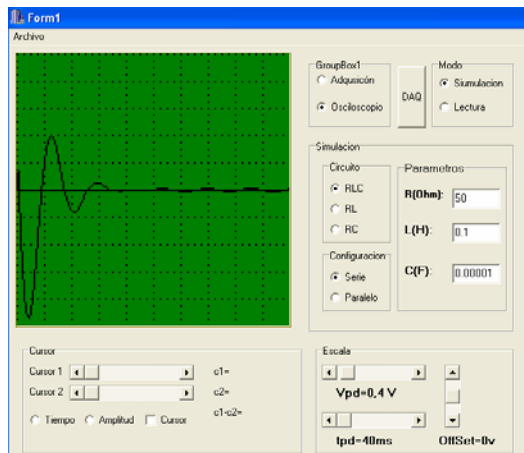


Figura 7. Interface de la simulación de la pantalla en C++ Builder

**4.2 Simulaciones en el MATLAB Y SIMULINK.**

Al llegar a este punto el proceso continúa realizando las simulaciones utilizando el MATLAB [3] Y SIMULINK [3], para luego comparar resultados teóricos obtenidos a partir de un ejemplo con (R=50 Ω, L = 0.1H y C = 10 μF, f=159.2 Hz y una amplitud de 5 voltios condiciones iniciales 25 voltios) sacado de la bibliografía [8] con los resultados obtenidos en las simulaciones lo que permitió formular una alternativa de análisis en la cual no se miden los voltajes sino que se simula el circuito. Ver Figura 8 y Figura 10.

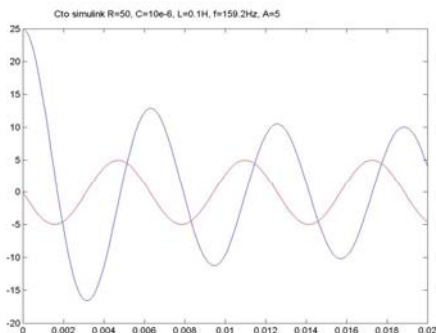


Figura 8. Repuesta en Matlab

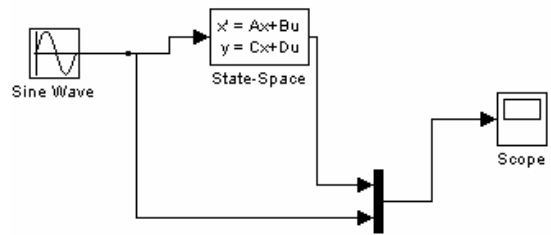


Figura 9. Diagrama de Bloques en el Simulink

La Figura 9 muestra el diagrama de bloques para realizar simulación en el Simulink con fuente senoidal y utilizando variables de estado, a cada bloque se le han indicado los parámetros apropiados al circuito RLC, como los son la frecuencia de muestreo, los valores de R , L, C y las condiciones iniciales que indica el ejemplo [8]. El resultado es similar a la simulación realizada en MATLAB y a la gráfica indicada en el ejemplo [8].

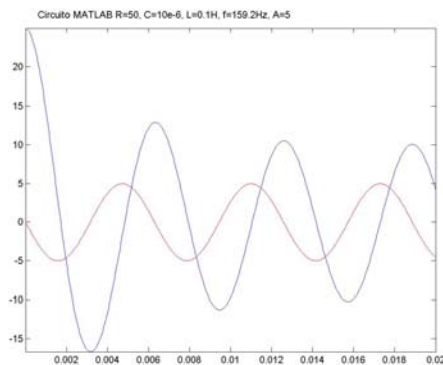


Figura 10. Respuesta del circuito simulado en el Simulink

La figura 10 muestra la respuesta del circuito RLC realizada en el Simulink para el mismo ejemplo implementado en Matlab mostrado en la Figura 8.

**4.3 Equipo autónomo**

Este equipo se encuentra en proceso de ensamblaje

**5. CONCLUSIONES**

Aprovechando las ventajas que ofrecen los métodos didácticos que favorecen los aprendizajes, se desarrolló este proyecto que permite realizar estudio de circuitos, simulaciones por medio de un panel autónomo que contribuye a la enseñanza, en el estudio del comportamiento de circuitos RLC a diversos tipos de entrada y salida.

Se ha observado que la teoría matemática coincide con las simulaciones realizadas del sistema y por esto contribuye a facilitar el estudio de circuitos.

A la fecha el sistema está en el proceso de ensamblaje y ya se han hecho las primeras pruebas.

El proyecto se realiza teniendo en cuenta los requerimientos de software y hardware, que permitan dar flexibilidad en el estudio del comportamiento de circuitos y para adaptarlo a la enseñanza en la física y la electrónica de ser posible.

## **6. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS DE INTERNET**

- [1] <http://www.forosdeelectronica.com/proyectos>
- [2] EXAR corporation, 48720 Kato Road, Fremont, CA 94538
- [3] <http://webdiee.cem.itesm.mx/web/servicios/archivo/trabajo/comunicaciones/filtros/simulink.html>
- [4] SED1330F/1335F/1336F, LCD Controller ICs, Technical Manual, S-MOS Systems, Inc., September, 1995, Versión 0.4
- [5] Distefano J.-Stuberrud A.-Williams I. *Feedback and control systems*. Edit. Schaum Publishing Co, 1967, pags 66 a 85
- [6] Franklin Gene F. Powell J. David. *Digital Control of Dynamic Systems*. Edit. Addison Wesley Publishing Company. Second printing, June 1981, pags 131 a 137
- [7] KATSUHIKO OGATA. *Ingeniería de Control Moderna*, Editorial Prentice Hall
- [8] Eisberg Robert M. Lerner Lawrence. *Física fundamentos y aplicaciones*. Edit. McGraw Hill. Voluntad II. Mexico S.A de c.v, 1984. pag 1294
- [9] ZILL, Dennis G. *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*. Grupo editorial Iberoamericana. 3ª edición.
- [10] DORF, Richard C. *Circuitos Eléctricos Introducción al Análisis y Diseño*. Alfaomega Editor, S.A de c.V. 2ª edición
- [11] [www.labjack.com](http://www.labjack.com)