RETOS DE LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS EN EL NUEVO MILENIO

RESUMEN
En este artículo se pretende mostrar el papel de las matemáticas ante el milenio, su mundo, sus tendencias en el nuevo siglo, sus retos de investigación y cómo mantener su vigor en este siglo. Además, evidenciar algunas de las inquietudes que a nosotros como maestros nos deben preocupar en nuestro quehacer diario.

PALABRAS CLAVES: papel de la matemáticas, tendencias

ABSTRACT
This paper tries to show the roll of mathematic in the millennium, its world, its tendencies in the new century, its challenges of investigation and how maintaining its vigor in this century. Besides we show some of questions that it must worry to all of teachers like us on the daily tasks.

KEYWORDS: roll of mathematic, tendencies.

VIVIAN LIBETH UZURIAGA L.
Licenciada en Educación, Especialidad Matemáticas, MsC
Profesora Asociada
Universidad Tecnológica de Pereira
vuzuriaga@utp.edu.co

ALEJANDRO MARTÍNEZ A.
Licenciado en Educación, Especialidad Matemáticas
Profesor Auxiliar
Universidad Tecnológica de Pereira
amartinez@utp.edu.co

1. INTRODUCCIÓN

En el campo de la Educación no hay una última palabra, ella es tan dinámica como la sociedad a la cual debe responder. De la misma manera cambia o debe cambiar la situación matemática, en particular los problemas que ella afronta como es el caso del alto índice de desinterés que reflejan nuestros jóvenes por su estudio. Por tanto, se debe repensar el papel de la Matemática en el desarrollo de la sociedad y el desarrollo científico y tecnológico, sus tendencias y sus perspectivas, así como su aporte en el pensamiento humano.

2. CONTENIDO

El siglo XX fue el siglo de Oro de las Matemáticas, muchos problemas clásicos y antiguos de la misma fueron resueltos, en gran medida gracias a desarrollos Matemáticos previos, a la relación e interacción entre las distintas áreas de las matemáticas y a su relación con otras ciencias. Por ejemplo:

El problema de los cuatro colores. En 1852, el abogado **Francis Guthrie**, que había salido hacía poco de la Universidad en Londres, escribió a su hermano, aún estudiante allí, si existía alguna demostración del hecho, que los impresores de mapas constantemente usaban, de que cuatro colores son suficientes para colorear adecuadamente cualquier mapa. Su hermano se lo comentó a su profesor **Augustus De Morgan**, quien después se lo hizo saber al matemático famoso **Arthur Cayley**, quien propuso el problema como interesante a la **London Mathematical Society**. Un año después el abogado **Arthur B. Kempe** publicó un artículo en el que propuso una demostración de que cuatro colores eran suficientes. En 1890 **P. J. Heawood** encontró una falla en la demostración y dedicó más de 60 años a tratar de buscarle solución. En los años 1950 hasta 1970, **Kenneth Appel** y **Wolfgang Haken**, de la Universidad de Illinois, después de muchas horas de pensar y de trabajo y diálogo con el computador, por fin pudieron anunciar en **junio de 1976**, que efectivamente, ***cuatro colores bastan***[1].

El último Teorema de Fermat. El enunciado del teorema aparece en 1637 cuando **Pierre de Fermat** estaba estudiando un antiguo texto de Teoría de Números, la *Aritmética de Diofanto*. Fermat se encontró con la famosa ecuación pitagórica, $x^2 + y^2 = z^2$ el cuadrado de la hipotenusa es igual al cuadrado de los catetos. Fermat observó que para cualquier exponente mayor que 2, la ecuación $x^n + y^n = z^n$ no debería tener soluciones con números enteros.

La solución del problema fue publicada en 1993, demostración hecha por **Andrew Wiles**. En su revisión se encontró una falla. Wiles y un alumno suyo **R. Taylor**, consiguieron salvar el hueco después de un año más de trabajo. Por fin, la demostración publicada en 1995 contaba con la aprobación de los expertos[2].

Cabe destacar que Andrew Wiles se tropezó con Fermat por primera vez cuando él tenía 19 años en una biblioteca de Cambridge, Inglaterra, su ciudad natal. Y fue entones cuando decidió que un día demostraría su teorema. Pese a dedicarse a la Teoría Algebraica de Números, nunca olvidó a Fermat. Fue en 1986 cuando supo que un

[1] El problema cuatro colores bastan. Pág. 1-2
http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/haciaelfuturo/cuatrocolores/cuatrocoloresbastan.html

[2] De Guzmán Miguel. Caminos de la Matemática hacia el futuro. Universidad Complutense de Madrid. Pág.3
http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/haciaelfuturo/ESQUEMAHACIAELFUTURO.HTML

Fecha de Recepción: 31 Enero de 2006
Fecha de Aceptación: 13 Junio de 2006

colega, **Ken Ribet**, de la Universidad de California en Berkeley, había logrado relacionar el último teorema de Fermat con otro problema abierto, la conjetura de **Taniyama-Shimura**, una formulación de Geometría Algebraica que había sido propuesta en 1955. La relación descubierta por Ribet demostraba que una solución de la conjetura de Taniyama-Shimura, se concluía una demostración del último teorema de Fermat. Fue allí en donde Wiles le vio mucha más importancia a su trabajo previo en Teoría Algebraica de Números[3].

La conjetura de kepler sobre los empaquetamientos de esferas. Este problema tiene una historia de 4 siglos. Al igual que el problema de Fermat, tiene una apariencia simple. La pregunta provenía desde el siglo XVI, originalmente de **Sir Walter Raleigh**, famoso personaje de la escena política y militar, quien le había preguntado al matemático Inglés **Thomas Harriot** si sabía de un procedimiento rápido para calcular el número de balas de cañón que podían apilarse en la cubierta de un barco; por su parte, Harriot le escribió a **Johannes Kepler**, astrónomo Alemán, ¿cómo se han de apilar esferas para minimizar el espacio entre ellas?. Kepler sólo pudo encontrar la solución conocida como el empaquetamiento cúbico centrado en las caras, la manera como se apilan en los fruteros las naranjas.

Esta conjetura fue trabajada también por el matemático alemán **Karl Fiedrich Gauss** en el siglo XIX cuando demostró que el empaquetamiento de las naranjas es el más eficaz entre los empaquetamientos reticulares, pero este resultado no excluía la posibilidad de empaquetamientos no-reticulares más eficaces.

Ya a comienzos del siglo XX **David Hilbert** incluía esta conjetura en su lista de los 23 grandes problemas por resolver. Un importante avance tuvo lugar en 1953 cuando el matemático húngaro **Laszlo Fejes Tóth** redujo el problema a un enorme cálculo[4].

Fue en 1998 que **Thomas Hales**, de la Universidad de Michigan, anunció una solución satisfactoria del problema. Después de más de diez años de trabajo, incluyendo los cinco años de investigación con su estudiante de doctorado **Samuel Ferguson**[5].

Las Matemáticas no sólo han tenido desarrollos como los anteriores en la misma matemática, sino en otras disciplinas o áreas. Se dice que las Matemáticas tienen una naturaleza dual[6]; por ser una disciplina independiente apreciada por su precisión y por su belleza intrínseca, y por ser a la vez, una rica fuente de herramientas para el mundo de las aplicaciones. Las dos caras de esta dualidad se hallan íntimamente ligadas. Así por ejemplo, la Cristalografía y la tecnología de las redes grandes y eficaces de las telecomunicaciones no se sostendrían sin la base que les proporciona la Teoría de Grupos en su teoría de las representaciones infinito_dimensionales de grupos, el desarrollo de la tomografía por Rayos X (las tecnologías de escaneado CAT y MRI) se ha construido sobre la Geometría Integral, la generación de códigos para transmitir datos con seguridad depende de la aritmética de los números primos.

Dentro de esta misma dualidad también se puede mencionar la relación de las Matemáticas con otras ciencias. Por ejemplo:

Las Matemáticas y la Física Teórica. Los Físicos Teóricos están usando la Geometría Algebraica en su búsqueda de una teoría unificada de campos, es decir, en una teoría que unifique la gravedad con las tres fuerzas fundamentales de la física. Los esfuerzos encaminados a entender esta teoría han llevado a un grupo de físicos teóricos tan adentro en los territorios de las Matemáticas que han sido capaces de pronosticar resultados matemáticos tan sorprendentes, que sólo recientemente y poco a poco, empiezan a verificarse; lo que ha dado lugar a una nueva rama de la Matemática que se conoce como Geometría Cuántica. De hecho en 1998, la medalla Fields, máximo galardón que se otorga a los matemáticos, de los cuatro galardonados, tres de ellos trabajaban en áreas con una fuerte influencia de la Física.

Las Matemáticas y las Ciencias de la Vida. Así, ***Las Matemáticas y la Biología***, ***biomatemática***, han dado excelentes resultados en los estudios epidemiológicos, el estudio de las enfermedades en poblaciones grandes.

La capacidad de usar modelos matemáticos para describir agentes infecciosos como depredadores y células anfitrionas como presas, ha redefinido muchos aspectos de la Inmunología, la Genética, la Epidemiología, la Neurología y el diseño de medicamentos. Como ejemplo importante se tiene los resultados sobre el estudio de la epidemia del SIDA (su propagación, diseño y aplicación de medicamentos, fecha de suministro).

Otro caso es el excelente estudio de la **dinámica de fluidos**. Era casi imposible describir los complejos movimientos de los fluidos, como huracanes, flujo

---

[3] Griffiths Phillip A. Las matemáticas ante el cambio del milenio. Pág. 5-7
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/griffithsgaceta/griffithsgac.html

[4] Idem. Pág. 7-10

[5] De Guzmán Miguel. Caminos de la Matemática hacia el futuro. Universidad Complutense de Madrid. Pág.4
http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/haciaelfuturo/ESQUEMAHACIAELFUTURO.HTML

[6] Griffiths Phillip A. Las matemáticas ante el cambio del milenio. Pág. 11-21
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/griffithsgaceta/griffithsgac.html

sanguíneo a través del corazón, petróleo en terreno poroso, antes de que se descubriera que un objeto puramente matemático, al que se conoce como ecuaciones de ***Navier Stokes***, permitiera justamente eso.

La Matemática y la Teoría de Control. La Teoría de control es una rama de la Teoría de Sistemas Dinámicos, que permite poner a prueba los diseños de aviones avanzados por simulaciones por computador.

Cabe resaltar que la modelización y la simulación son temas modernos e importantes, que aún no están lo suficientemente desarrollados como para resolver las incertidumbres presentes en estas simulaciones complejas.

Además de estos grandes avances y desarrollos de las Matemáticas, ellas nos proporcionan grandes retos de investigación, pues existen todavía problemas notables que esperan solución. Por citar unos de los siete problemas del milenio. Problemas seleccionados por el Instituto Clay de Matemáticas (Cambridge, Massachusetts, EE.UU), con el propósito de celebrar las matemáticas del nuevo milenio, como incentivo ofrecen un millón de dólares por cada uno que se resuelva:

La Hipótesis de Riemann. La Hipótesis tiene ver con el concepto de número primo, pieza básica de la aritmética. En el siglo III antes de Cristo, **Euclides** demostró que existían infinitos números primos. En el siglo XIX, **Bernhard Riemann** afirmó que no sólo había infinitos primos sino que ellos iban apareciendo según una pauta muy sutil y precisa[7]. Es decir, la hipótesis afirma que todas las soluciones interesantes de la ecuación $\zeta(x)=0$ están en una línea recta, donde $\zeta(x)$ es la función Zeta de Riemman. Afirmación que ha atormentado a los Matemáticos Puros por más de 150 años, tratando de demostrarla o refutarla.

¿P = NP?. Este problema está íntimamente ligado al problema filosófico de describir lo que se puede llegar a conocer y lo que no. En 1931 el lógico **Kurt Gödel**, austríaco de nacimiento, estableció que no se podía alcanzar la certeza absoluta en la aritmética, suponiendo que la aritmética se fundamenta en ciertas propiedades de los números enteros, evidentes en sí mismas o axiomas.

En la teoría de la computación, **Alan Turing** fijó en los años 1930 las reglas para discernir entre lo que es computable y lo que no lo es. Planteado de una manera más refinada es preguntarse lo que es computable en tiempo polinomial, o en tiempo **P**, o cuales problemas son computacionalmente intratables o **NP**, o que se puede verificar en tiempo polinomial si una solución propuesta es correcta.

Este problema de saber si **P** es igual a **NP** se le considera actualmente el problema central de las ciencias de la computación[8].

La conjetura de Hodge. La conjetura tiene que ver con el hallazgo que hicieron los matemáticos en el siglo XX al descubrir maneras muy poderosas de investigar formas de objetos complicados. La idea básica es preguntarse hasta cuál extensión puede aproximarse la forma de un objeto dado, si colocamos juntos varios bloques geométricos simples de dimensión creciente. Desafortunadamente, se han oscurecido los orígenes geométricos del procedimiento en estas generalizaciones. En algún sentido fue necesario adicionar algunas piezas que no tienen ninguna interpretación geométrica.

Entonces la conjetura afirma que para un tipo particularmente bonito de espacios llamados ***variedades algebraicas proyectivas***, las piezas llamadas "***ciclos de Hodge***" son combinaciones racionales y lineales de piezas geométricas llamadas "***ciclos algebraicos*** ".

En otras palabras, toda clase de Hodge de una variedad algebraica proyectiva compleja es una combinación lineal de clases de ciclos algebraicos[9].

La conjetura de Poincaré. En 1904 **Poincaré** conjeturó que cualquier variedad de dimensión 3 que sea simplemente conexa (como el universo en que habitamos) ha de ser una 3-esfera. Esto parece obvio, pero nadie ha sido capaz de demostrar que no hay 3-esferas espurias, de manera que la conjetura no ha sido resuelta. Aunque para dimensiones mayores que 3 fue comprobada[10].

En realidad, esta conjetura fue demostrada por **Grigori Perelman**, matemático ruso, quien anunció su resultado en febrero de 2003. Su logro lo obtuvo después de haber dejado todo en 1994 y haberse encerrado por más de 8 años en el Instituto de Matemáticas Steklov (San Petersburgo) con la conjetura. Antes de que el Instituto Clay le de su cheque por un millón de dólares, su problema debe exhibirse durante dos años para que la comunidad matemática analice si es correcto o no. Por el momento lleva 19 meses[11].

---

[7] Griffiths Phillip A. Las matemáticas ante el cambio del milenio. Pág. 21-22
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/griffithsgaceta/griffithsgac.html

[8] Idem. Pág. 23-24

[9] Los siete problemas del milenio. Pág. 3
http://www.vinv.ucr.ac.cr/girasol/archivo/Girasol115/acon4.htm

[10] Griffiths Phillip A. Las matemáticas ante el cambio del milenio. Pág. 21-22

[11] Aula de el mundo. Un millón de dólares por haber resuelto el enigma más célebre.
http://aula.elmundo.es/aula/noticia.php/2004/03/25/aula1080150812.html

Estos son apenas unos pocos de los retos que impone la matemática, pero creemos que el reto más grande es: ¿Cómo mantener el vigor de las Matemáticas en el siglo XXI?. Cabe resaltar que el éxito de una investigación depende de la calidad de las personas que la hacen (sin querer decir que la calidad tiene que estar revestida de títulos académicos) y el grado de difusión con que la hagan. Por ejemplo, **Thomas Hales** (1998, de la Universidad de Michigan), decidió anunciar su demostración sobre el Teorema de Kepler del empaquetamiento de esferas, en la red y no en una revista especializada. Además, instó abiertamente a que se revisara en detalle su demostración e invitó a hacer aportes y contribuciones pertinentes; dando lugar a sí a una novedad en el competitivo y porque no egoísta mundo de las matemáticas.

Antes de pensar en dar respuesta al interrogante, es necesario plantearse otro:

¿Cómo podemos atraer a los mejores jóvenes talentos hacia las matemáticas?.

Durante la segunda guerra mundial, el sistema y las técnicas de la Ciencia y la Tecnología generaron tal entusiasmo que muchos jóvenes estudiantes de la posguerra se sintieron atraídos hacia carreras de investigación científica. Esta tendencia recibió un notable estímulo en 1957 cuando la extinta Unión Soviética lanzó al espacio el satélite Sputnik y la ciencia pasó a ser reconocida por el poder político y económico que podía generar.

Sin embargo, al final del siglo XX se vio como el interés social por muchos campos de investigación científica ha decaído en muchos países. Las Matemáticas y las Ciencias, salvo quizás las Ciencias Biomédicas, han perdido importancia para la sociedad y no ofrecen ahora oportunidades profesionales atractivas. Es irónico y preocupante que el interés de los estudiantes esté en un punto tan bajo cuando nunca antes las oportunidades profesionales para los matemáticos han sido tantas y tan diversas. Resaltando, que en nuestro país carecemos de este tipo de oportunidades, ya que la mayor inversión está en los desarrollos tecnológicos e innovación, todo visto con el ánimo de producir y generar dividendos de manera inmediata.

La primera razón responsable del desinterés de los estudiantes es que no comunicamos una imagen completa de las Matemáticas como una disciplina en la que uno puede escoger entre una amplia gama de carreras, que ofrecen a la vez retos y gratificación intelectual. No cabe duda que los más indicados para transmitir ese atractivo somos los profesores, tanto de preescolar, primaria, secundaria como de la Universidad[12]. Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros[13].

Es aquí en donde cobra más importancia **el problema de la Enseñanza_Aprendizaje de las Matemáticas**, pues una buena metodología conllevaría a nuestros estudiantes a ver la matemática como una ciencia esencial, bonita, prioritaria y clave en el desarrollo social, económico y político del país y podría permitir la formación de nuevos cerebros matemáticos. Además, lograríamos que nuestros alumnos no sigan viendo a la Matemática aburrida, abstrusa, inútil, inhumana, muy difícil como un conjunto de temas misteriosos, desconectados de la realidad, que no se entienden y sin ninguna aplicación y le quitaríamos a la matemática esa reputación de presumida e inalcanzable que se le ha dado por muchos siglos.

Haciendo un alto aquí y retomando lo expuesto en el artículo, vemos que las celebridades que demostraron algunos de los problemas clásicos de la matemática lo pudieron hacer gracias a la comunicación que mantuvieron con otros colegas, porque no desconociendo los desarrollos anteriores, valoraron las relaciones establecidas con otras áreas de la misma matemática, porque estaban convencidos que los verdaderos problemas pueden que tengan o no solución y que encontrarla puede ser cosa de años y aunque no encuentran solución alguna, el intentarlo podría ser fuente de nuevos problemas interesantes. Sin olvidar que muchos crecieron intelectualmente con la ayuda de sus alumnos y pupilos.

Por lo tanto, como profesores debemos despojarnos de afirmaciones como:

- ***Es que el nivel es cada vez más bajo y los alumnos de hoy no saben nada***, sin entrar a discutir la veracidad de este enunciado.

- ***La idea de que las matemáticas no hay que estudiarlas y que la memoria no juega ningún papel: simplemente hay que entenderlas***. Se nos olvida a veces que la matemática exige estudio, memorización, esfuerzo, ciencia y voluntad[14],

---

[12] Griffiths Phillip A. Las matemáticas ante el cambio del milenio. Pág. 29-30
http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/griffithsgaceta/griffithsgac.html

[13] De Guzmán Miguel. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática – Matemática. Organización e Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Pág. 6
http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm

y centrar nuestra atención en desarrollar, o por lo menos usar adecuada y críticamente, metodologías que le permitan a nuestros alumnos un aprendizaje a lo largo de la vida, a aprender a aprender, aprender a emprender, aprender a ser, aprender a conocer, aprender a trabajar en colaboración, a valorar el contexto histórico cultural. Dentro de las tendencias pedagógicas actuales que pueden enmarcar todo lo anterior está el ***Pensamiento Desarrollador***.

Por tanto, un **Aprendizaje Desarrollador** ocurre a lo largo de la vida, se extiende a múltiples espacios, tiempos y formas, vinculado a necesidades vitales y las necesidades de los individuos en dependencia del contexto histórico cultural concreto, es un proceso activo de construcción y reconstrucción de la cultura y de descubrimiento del sentido personal y la significación. Aprender supone el tránsito de los intersubjetivo a lo intrasubjetivo; de la dependencia a la independencia; en última instancia de su desarrollo cultural. Posee un carácter cognitivo-afectivo, tiene un carácter colaborativo[15].

En nuestro mundo científico e intelectual tan rápidamente mutante vale mucho más hacer acopio de procesos de pensamiento útiles que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que **Whitehead** llamó "ideas inertes". En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más bien que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia[16], análisis de contenidos. Así, una estrategia para un **aprendizaje como investigación** tiene: planteamiento de situaciones, estudio cualitativo de las situaciones problémicas, orientación para el tratamiento científico de los problemas y sistematización de los nuevos conocimientos.

Es el momento de darle la importancia que se merece la **Educación Matemática**, vista como una actividad interdisciplinar extraordinariamente compleja, que ha de abarcar saberes relativos a las ciencias matemáticas y a otras ciencias básicas que hacen uso de ella, a la didáctica, a la psicología, a la psicología educativa, a las ciencias de la educación,...[17] y no sólo quedarnos en contenidos y encerrarnos en nuestro propio conocimiento; desconociendo que frente a nosotros están seres pensantes y racionales; seres que serán los encargados del desarrollo del país.

En nuestro ambiente contemporáneo, con una fuerte tendencia hacia la deshumanización de la ciencia, a la despersonalización producida por nuestra cultura computarizada y por la necesidad de incluir las nuevas tecnologías en el aula, se hace cada vez más necesario un saber humanizado en que el hombre y la máquina ocupen cada uno el lugar que le corresponde. **La educación matemática** adecuada puede contribuir eficazmente en esta importante tarea.[18].

"Es un problema de siempre para los matemáticos explicarle al público en general lo que hace que la matemática valga la pena además de su aplicabilidad. Eso es como explicarle a alguien que nunca ha oído música lo que una bella melodía es. Tratemos de enseñarle a la gente común el tipo de matemática que puede utilizar, pero no le permitamos creer y _ ciertamente no caigamos en la creencia _ que la utilidad es una cualidad esencial de la matemática.

Existe una gran tradición que debe ser preservada y engrandecida. Cada generación debe aprenderla como nueva. Cuidemos de educar una generación sorda a las melodías que forman la verdadera sustancia de nuestra cultura matemática." **CHANDLER S. H. EDWARDS**

3. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

La educación matemática debe ser valorada y rescatada por los matemáticos, pues es claro que debe combinar una muy buena solidez y conocimientos matemáticos con las teorías pedagógicas y centrar nuestra atención en desarrollar, o por lo menos usar adecuada y críticamente, metodologías que le permitan a nuestros alumnos un aprendizaje a lo largo de la vida, a aprender a aprender, aprender a emprender, aprender a ser, aprender a conocer, aprender a trabajar en colaboración, a valorar el contexto histórico cultural. Esta fusión permitirá posicionarla como una ciencia que tiene un valor en el desarrollo científico y económico del país.

4. BIBLIOGRAFIA.

[1]. ANDRADAS CARLOS. Mesa Redonda sobre Enseñanza de las Matemáticas. http://ochoa.mat.ucm.es/¬guzman/00edumatuniv/car los andradas.htm

[2]. AULA del mundo. Un millón de dólares por haber resuelto el enigma más célebre. http://aula.elmundo.es/aula/noticia.php/2004/03/25/aula1080150812.html

---

[14] Andradas Carlos. Mesa redonda sobre enseñanza de las Matemáticas _ Algunas reflexiones _ http://ochoa.mat.ucm.es/¬guzman/00edumatuniv/carlosandradas.htm

[15] Bernaza Rodríguez Guillermo. Cursillo: Una didáctica de las ciencias para el desarrollo del estudiante.

[16] Idem 13

[17] De Guzmán Miguel. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática – Matemática. Organización e Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Pág. 23 http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm

[18] Idem Pág. 6

[3]. BERNAZA RODRIGUEZ GUILLERMO. Cursillo: Una Didáctica de las Ciencias Para el Desarrollo del Estudiante. X Encuentro Escuela Regional de Matemáticas. Julio 12-16 de 2004. Universidad de Medellín, Medellín-Colombia.

[4]. Cuatro colores bastan. http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/haciaelfuturo/cuatrocolores/cuatrocoloresbastan.html

[5]. DE GUZMÁN MIGUEL. Caminos de la Matemática hacia el Futuro. Universidad Complutense de Madrid. http://nonio.mat.uc.pt/PENSAS_EN02/haciaelfuturo/ESQUEMAHACIAELFUTURO.HTML

[6]. DE GUZMÁN MIGUEL. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática - Matemática. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, OEI. www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm

[7]. GRIFFITHS PHILLIP A. Las matemáticas ante el cambio de milenio. Institute for Advanced Study. Princeton, N.J., USA. La gaceta de la real Sociedad Matemática Española. Vol. 3, No. 1, Enero-Abril 2000, pág. 23-41. www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/griffithsgacetagriffithsgac.html

[8]. Instituto Clay de Matemáticas. Los siete problemas del Milenio. http://www.vinv.ucr.cr/girasol/archivo/Girasol15/acon4.htm

[9]. LLIVINA LAVIGNE MIGUEL JORGE y otros. Hacia una concepción del Aprendizaje Desarrollador. Edición Msc. Mercedes Mora Carnet. Derechos reservados Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona”. La Habana, Cuba, 2001. Pág. 72-90.