

## DINÁMICA DE CEPILLOS LATERALES PARA BARRIDO DE CALLES

### RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de un modelo teórico, desarrollado por los autores, de la dinámica de un cepillo impulsador oscilatorio en vuelo libre. Se revisa también la investigación sobre la dinámica de cepillos laterales. Se encontró que cuando un cepillo impulsador oscilatorio en vuelo libre se somete a una función de velocidad angular que tiende a minimizar las aceleraciones angulares, las cerdas tienden a resonar no sólo a frecuencias cercanas a sus frecuencias naturales, sino también a fracciones impares de éstas. Se concluye además que la dinámica de cepillos es muy compleja, ya que depende de la interacción de muchas variables y fenómenos, tales como oscilaciones de las cerdas, fricción, ángulos de operación del cepillo y velocidad de rotación.

**PALABRAS CLAVES:** barrido de calles, dinámica de cepillos laterales.

### ABSTRACT

*The results of a theoretical model, developed by the authors, of the free-flight behaviour of the bristles of an oscillatory flicking brush are presented. Also, research into gutter brush mechanics is reviewed. It is found that when an unconstrained, oscillatory flicking brush is subjected to an angular speed function that tends to minimise shaft accelerations, the bristles tend to resonate not only at frequencies near a natural frequency, but also at odd fractions of each of them. It is also concluded that gutter brush dynamics is very complex, as it depends on the interaction among many variables and phenomena, such as bristle oscillations, friction, brush setup angles, and rotational speed.*

**KEYWORDS:** street sweeping, gutter brushes, brush dynamics.

### 1. INTRODUCCIÓN

El barrido de calles se realiza a menudo mediante barredoras que usan un cepillo lateral, el cual barre la basura de la cuneta hacia una unidad succionadora u otro cepillo que la envía al depósito del vehículo. En un trabajo previo [1] se describen los tipos más comunes de vehículos para barrer: mecánicos de cepillo, asistidos por vacío y de aire regenerativos. Debido a que la mayoría de las basuras tiende a depositarse en la cuneta, la operación de los cepillos laterales es importante. Sin embargo, la investigación sobre la dinámica de estos cepillos es muy escasa.

Este artículo describe las características dinámicas de los cepillos laterales y presenta las características de un cepillo impulsador oscilatorio en vuelo libre, las cuales han sido obtenidas mediante un modelo teórico desarrollado por los autores. El artículo está organizado así: la sección 2 describe las variables y características de los cepillos laterales. La sección 3 presenta las características dinámicas de estos cepillos. Luego, la sección 4 presenta los resultados de la aplicación del modelo. Finalmente, la sección 5 concluye el artículo.

### 2. CEPILLOS LATERALES

Las características y el desempeño de los cepillos laterales dependen de las propiedades de los materiales y de sus parámetros geométricos. Las cerdas de los cepillos laterales se montan formando una copa (figura

### LIBARDO V VANEGAS USECHE

Ingeniero Mecánico, M.Sc.  
Profesor Asociado  
Facultad de Ingeniería Mecánica  
Universidad Tecnológica de Pereira  
Estudiante de Doctorado  
School of Engineering  
University of Surrey  
lvaneegas@utp.edu.co

### MAGD M ABDEL WAHAB

B.Sc. Civil Engineering, Ph.D.  
Senior Lecturer in Mechanics of  
Materials and Structural Bonding  
School of Engineering  
University of Surrey  
m.wahab@surrey.ac.uk

### GRAHAM A PARKER

B.Sc. Mechanical Engineering, Ph.D.  
Professor of Mechanical Engineering  
School of Engineering  
University of Surrey  
G.Parker@surrey.ac.uk

1), pueden ser de diferentes materiales, por ejemplo, acero y polipropileno, y su sección transversal puede ser rectangular o circular. Aquí se describen los cepillos laterales con cerdas de acero de sección rectangular, ya que éstos son los que han sido investigados. Las cerdas de estos cepillos son láminas delgadas y angostas ( $0.5 \times 2 \text{ mm}^2$ ) que se montan en un disco de madera formando una o más hileras de grupos. La figura 1 ilustra los siguientes parámetros geométricos de los cepillos laterales: longitud de cerda,  $l$ , ángulo de montaje,  $\phi$ , y radio de montaje,  $r_{1j}$ , donde  $j$  es el número de hilera.

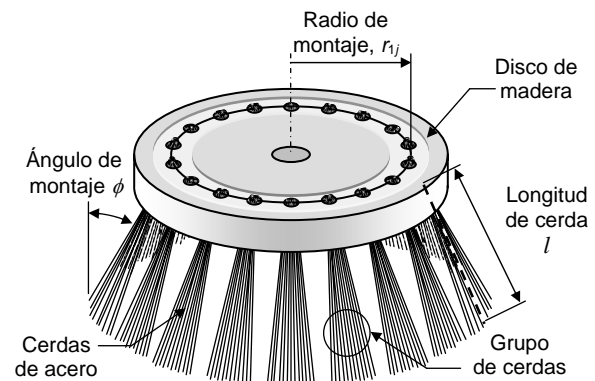


Figura 1. Representación de un cepillo lateral para barrer calles

Hay dos tipos de cepillos laterales en el mercado, “cutting” y “flicking” [2], llamados aquí cortadores e

impulsadores respectivamente, los cuales difieren solamente en el ángulo de orientación,  $\gamma$ , como se muestra en la figura 2. En un cepillo cortador ( $\gamma = 0^\circ$ ), las cerdas se deforman principalmente en la dirección radial, produciendo un efecto de “corte” sobre la basura. En cambio, las cerdas de los cepillos impulsadores ( $\gamma = 90^\circ$ ) se tienden a deformar en la dirección tangencial, produciendo un efecto de sacudida o latigazo en el momento en que la cerda pierde contacto con la vía a una velocidad relativamente alta.

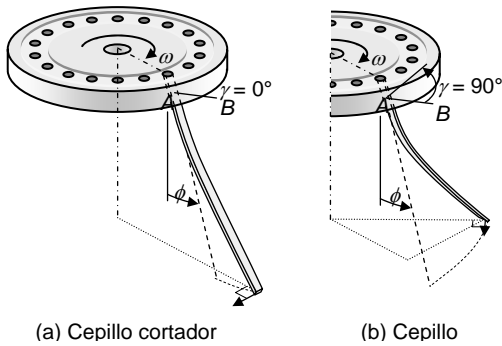


Figura 2. Cerdas de un cepillo cortador y de uno impulsador

Además de los parámetros geométricos y las propiedades del material, el desempeño del cepillo depende de los parámetros de operación: ángulo de desviación,  $\xi$ , ángulo de ataque,  $\beta$ , velocidad de rotación,  $\omega$ , velocidad del vehículo,  $v$ , penetración,  $\Delta$ , fuerza vertical,  $F$ , y par de torsión,  $T$ , los cuales se ilustran en la figura 3.

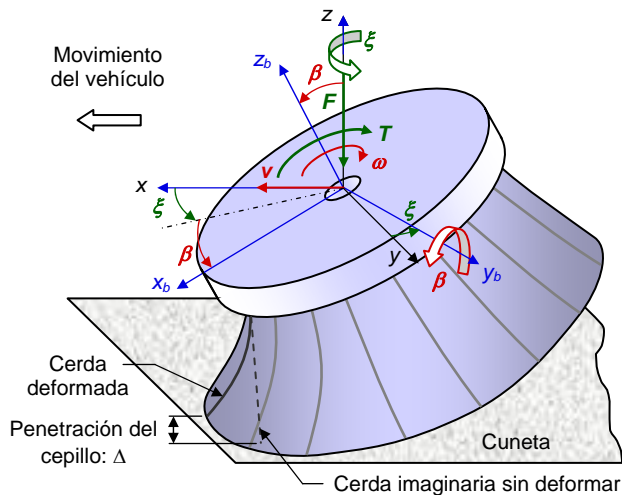


Figura 3. Parámetros de operación de los cepillos laterales

### 3. DINÁMICA DE CEPILLOS LATERALES

El número de trabajos sobre la mecánica de cepillos laterales es muy pequeño. Ésta ha sido estudiada por Peel *et al.* [2], Peel y Parker [3], Peel [4] y Vanegas Useche *et al.* [5]. Mediante un modelo estático, en [2-4] se estudian algunos parámetros de operación tales como fuerzas y pares de torsión en un cepillo horizontal ( $\beta = 0$ )

o inclinado que trabaja sobre superficies planas (acero lubricado con aceite y concreto) sin escombros. El modelo utiliza un método aproximado, propuesto en [6], en el cual cada cerda se modela como una serie de elementos rectos y rígidos, interconectados mediante resortes de torsión, tal como se muestra en la figura 4. La constante del resorte,  $k$ , está dada por [6]

$$k = \frac{EIn}{l} \tag{1}$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad,  $I$  es el momento rectangular de inercia de la sección transversal de la cerda y  $n$  es el número de elementos. Se asume que las cerdas en un grupo determinado están sometidas a las mismas cargas y deformaciones, que se deforman sólo en el plano “débil” de deformación por flexión y que no interactúan entre ellas. Aparte de despreciar las fuerzas de inercia (exceptuando las centrífugas), el modelo no tiene en cuenta el peso ni las fuerzas aerodinámicas. Estos trabajos presentan también resultados de ensayos experimentales. En general, la investigación se basa en los siguientes valores:  $E = 200$  GPa (cerdas de acero),  $l = 240$  ó  $220$  mm,  $\phi = 26^\circ$ ,  $r_{11} = 112.5$  mm,  $r_{12} = 87.5$  mm,  $t_1 = 2$  mm y  $t_2 = 0.5$  mm, donde  $t_1$  y  $t_2$  son las dimensiones del lado mayor y menor de la sección transversal de la cerda respectivamente. El resto de esta sección resume y analiza los resultados del modelo matemático y de los experimentos.

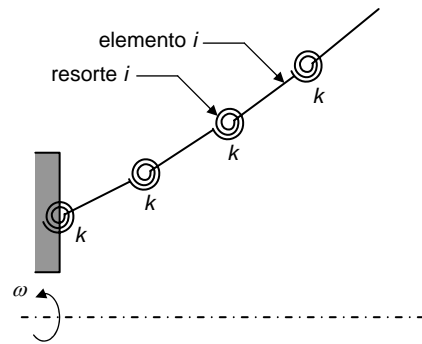
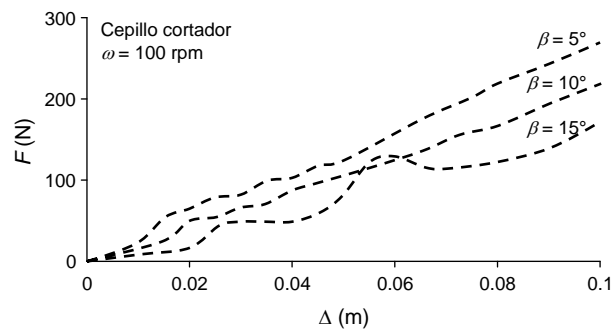


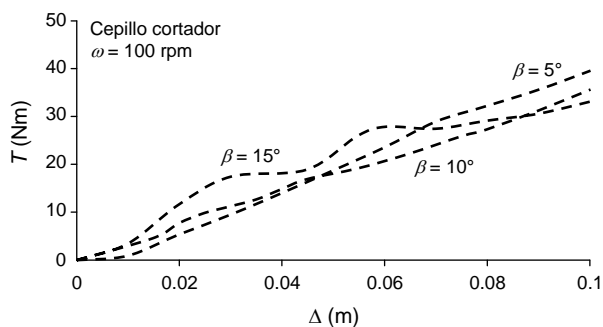
Figura 4. Modelo de una cerda que consta de una serie de elementos rígidos conectados mediante resortes de torsión

La fuerza vertical,  $F$ , y el par de torsión,  $T$ , dependen de la penetración, el ángulo de ataque, la fricción, la longitud de las cerdas y la velocidad del vehículo, entre otras variables. En general,  $F$  y  $T$  tienden a ser mayores cuando se incrementa la penetración, ya que penetraciones mayores producen deformaciones mayores en las cerdas y, por lo tanto, fuerzas mayores en los puntos de contacto cerda-superficie. Sin embargo, cuando algunas cerdas no están en contacto con la vía (lo que es usual en un cepillo que trabaja inclinado), las cerdas comienzan a vibrar cuando pierden contacto con el piso. En este caso, un aumento de la penetración podría conducir a una reducción de  $F$  y  $T$ , dependiendo de, por

ejemplo, el estado de deformación y la velocidad de las cerdas cuando éstas están a punto de hacer contacto con la vía. Por lo tanto,  $F$  y  $T$  no aumentan continuamente con la penetración, tal como se ilustra en la figura 5 para el caso de un cepillo cortador.



(a) Fuerza vertical vs. penetración del cepillo



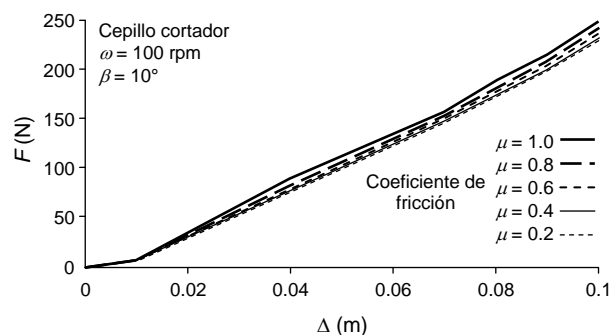
(b) Par de torsión vs. penetración del cepillo

Figura 5. Curvas experimentales de un cepillo cortador;  $\omega = 100$  rpm;  $\beta = 5^\circ, 10^\circ$  y  $15^\circ$  (adaptada de [4])

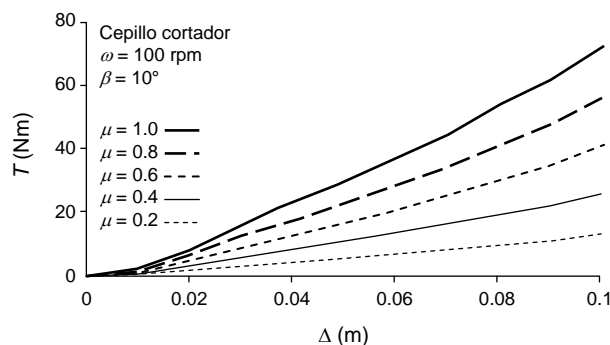
El ángulo de ataque del cepillo,  $\beta$ , afecta de una manera compleja a  $F$  y  $T$ , especialmente en el caso de un cepillo cortador. En los cepillos impulsadores,  $F$  y  $T$  tienden a disminuir a medida que el ángulo  $\beta$  se incrementa de  $5^\circ$  a  $15^\circ$ . Esto se debe a que, para una penetración dada, pocas cerdas están en contacto con la vía en un tiempo dado cuando el cepillo está inclinado un ángulo mayor. Entonces, pocas cerdas se deforman y generan fuerzas. Esta tendencia se nota también en la fuerza vertical de los cepillos cortadores (figura 5.a). Sin embargo, esto no ocurre siempre. Por ejemplo, las oscilaciones de las cerdas, mencionadas anteriormente, afectan la fuerza vertical y el par de torsión de una manera tal que éstos pueden aumentar o disminuir con el ángulo de ataque, dependiendo de la penetración del cepillo. Este efecto se nota más en el caso del par de torsión de un cepillo cortador, como se ilustra en la figura 5.b.

De acuerdo a resultados teóricos, el coeficiente de fricción tiene un gran efecto sobre las características de operación del cepillo. Para un cepillo cortador horizontal, la fricción tiene un efecto muy pequeño sobre

la fuerza vertical, validando la asunción de que las cerdas se deforman principalmente en el plano débil y que las fuerzas de fricción no producen un trabajo significativo para su deflexión. En cambio, en un cepillo inclinado la fricción afecta no sólo el par de torsión, sino también la fuerza vertical. Como se muestra en las figuras 6 y 7, a mayor coeficiente de fricción entre las cerdas y la superficie, mayor es la fuerza vertical en un cepillo cortador, menor la fuerza vertical en un cepillo impulsador y más grande el par de torsión en ambos. En un cepillo cortador, el incremento de la fuerza vertical con el coeficiente de fricción se debe principalmente a que las cerdas tienden a deformarse en dirección radial cuando hacen contacto con la vía, pero las fuerzas de fricción se oponen a esta deformación. Por otro lado, ya que las cerdas de un cepillo impulsador tienden a deformarse en la dirección tangencial, las fuerzas de fricción trabajan deformando las cerdas y, por lo tanto, causan una reducción de la fuerza vertical.



(a) Fuerza vertical vs. penetración del cepillo

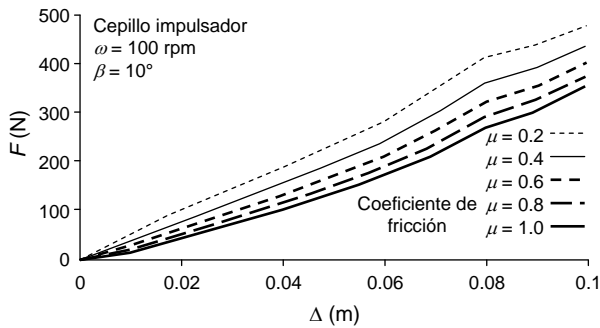


(b) Par de torsión vs. penetración del cepillo

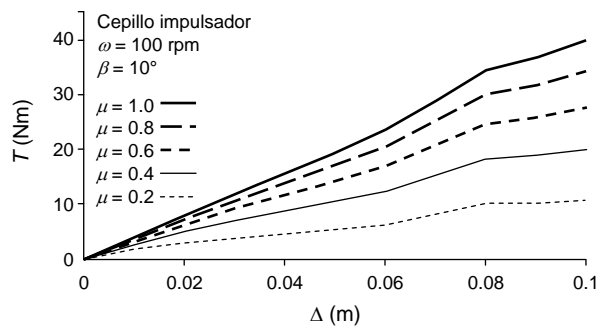
Figura 6. Curvas teóricas de un cepillo cortador para varios coeficientes de fricción;  $\omega = 100$  rpm,  $\beta = 10^\circ$  (adaptada de [4])

Los coeficientes de fricción para calcular el par de torsión teóricamente se obtuvieron de los resultados experimentales, y se asumieron constantes e independientes de la velocidad de rotación del cepillo. Se definen los siguientes valores: 0.12, para la placa de acero lubricado, y 0.5 a 0.7 (dependiendo del tipo de cepillo), para la superficie de concreto. Sin embargo, para el cepillo cortador actuando contra la superficie de

concreto, el coeficiente de fricción parece depender de la velocidad de rotación. A mayor velocidad, menor coeficiente de fricción, debido a ciclos “stick-slip” a bajas velocidades. Durante la adhesión estática (fase stick), el coeficiente de fricción toma su valor máximo (fricción estática), y éste retoma su valor mínimo (fricción cinética) cuando la cerda se desliza sobre la superficie. También, los resultados sugieren que para el cepillo cortador existe una relación entre el coeficiente de fricción y el ángulo de ataque. Al parecer, esto se debe principalmente a que el ángulo de ataque afecta los ciclos de fricción y la geometría del contacto entre la cerda y la superficie, lo cual determina la manera en que la cerda se desliza sobre las asperezas de la superficie. La tendencia que se observa es que el coeficiente de fricción aumenta mucho con este ángulo (esta tendencia puede notarse al dividir los valores del par de torsión por aquellos de la fuerza vertical en la figura 5, para cada una de las curvas).



(a) Fuerza vertical vs. penetración del cepillo



(b) Par de torsión vs. penetración del cepillo

Figura 7. Curvas teóricas de un cepillo impulsador para varios coeficientes de fricción;  $\omega = 100$  rpm,  $\beta = 10^\circ$  (adaptada de [4])

Con respecto al efecto del desgaste de las cerdas, es decir, a la longitud de éstas, se sugiere que éste es un aspecto crítico. Por ejemplo, una reducción del 40% en la longitud de la cerda causa un incremento en rigidez de más de 120%. Para una penetración dada, a menor longitud, mayor será la fuerza vertical y el par de torsión. Un cepillo desgastado no sólo tiende a producir mayores cargas, sino que consumirá más energía, producirá mayor

daño a la superficie y se desgastará más rápido. Otro efecto del desgaste de las cerdas es que la zona de contacto entre el cepillo y la vía se reduce. Entonces, la efectividad de barrido puede verse comprometida.

Finalmente, hay algunas diferencias importantes en las características de los cepillos cortadores e impulsadores. Con respecto a las magnitudes de la fuerza vertical,  $F$ , y el par,  $T$ , los resultados (con vehículo estacionario) indican que el cepillo cortador soportaría menores valores de  $F$  y  $T$ . Por lo tanto, soportaría menos esfuerzos y consumiría menos energía que el cepillo impulsador, para una penetración dada. Esto sugiere que el cepillo cortador tendría una vida mayor y que sería más eficiente si ambos tipos de cepillos limpiaran la vía con la misma calidad. Sin embargo, la eficiencia de los cepillos depende del tipo de basura. También se reportan predicciones teóricas para diferentes ángulos de orientación de las cerdas,  $\gamma$ . Éstas indican que  $\gamma$  tiene influencia sobre la manera en que las fuerzas de fricción trabajan deformando las cerdas, y que cuando el ángulo de montaje es de  $26^\circ$  y el coeficiente de fricción es mayor de 0.4, una orientación de  $30^\circ$  a  $40^\circ$  sería óptima para reducir  $F$  y  $T$  (en un 20%), para una penetración dada. Sin embargo, y en contraste con las conclusiones en [4], después de un análisis de la información que tiene que ver con la velocidad de la barredora, se concluye que es probable que en la práctica los cepillos impulsadores sean más eficientes que los cortadores, en términos de consumo de energía, ya que la mayor parte del tiempo los cepillos laterales no trabajan estacionarios sino con el vehículo en movimiento. Entonces, un ángulo de orientación de  $30^\circ$  a  $40^\circ$  no es necesariamente el óptimo.

**4. DINÁMICA DE UN CEPILLO IMPULSADOR**

La literatura indica que oscilaciones en los cepillos afectan la efectividad [7] y el coeficiente de fricción cerda-superficie [8]. Entonces, es de interés el estudio de cepillos laterales oscilatorios. En primera instancia, se ha estudiado un cepillo oscilatorio impulsador en vuelo libre. Se ha desarrollado un modelo pseudo estático, el cual asume que las cerdas están sometidas a deflexiones pequeñas, que se deforman principalmente en el plano débil y que no se retuercen. El modelo es válido para el caso de un ángulo de montaje  $\phi$  igual a cero. Además, se desprecia la fricción interna en las cerdas, el peso, las fuerzas aerodinámicas y la interacción entre ellas. La figura 8 ilustra el modelo de la vibración de la cerda en el plano débil. La carga  $q$  es una fuerza de inercia por unidad de longitud, la cual corresponde a la aceleración de cualquier elemento  $B$  de la cerda,  $a_{By}$ , y está dada por

$$q = \frac{dm}{dx} (-a_{By}) = \rho A \left( \alpha r_1 - \frac{d^2 y}{dt^2} \right) \tag{2}$$

donde  $m$ ,  $\rho$  y  $A$  son la masa, la densidad y el área de la sección transversal de la cerda respectivamente;  $\alpha$  es la aceleración angular del cepillo;  $t$  es tiempo;  $r_1$  es el radio

de montaje;  $x$  es la distancia desde el punto (1) hasta  $B$ ; y  $y$  es la deflexión de  $B$ .

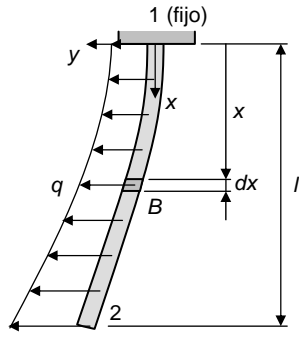


Figura 8. Modelo seudo estático de la vibración de las cerdas

De las ecuaciones de equilibrio y flexión y de la teoría de vibraciones transversales forzadas en vigas, se obtiene la ecuación de la deflexión de la cerda [5]:

$$y = \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ 2h_i(t) \frac{C_{4i}}{k_i} \times \frac{C_{2i}(\cos k_i x - \cosh k_i x) + C_{4i}(\sin k_i x - \sinh k_i x)}{\omega_i} \right\} \quad (3)$$

donde

$$h_i(t) = \int_0^t r_1 \alpha(t') \sin[\omega_i(t-t')] dt' \quad (4)$$

$l$  es la longitud de la cerda,  $\omega_i$  es la frecuencia natural del modo  $i$ ,  $t'$  es una variable de tiempo auxiliar, y

$$X_i = C_{2i}(\cos k_i x - \cosh k_i x) + C_{4i}(\sin k_i x - \sinh k_i x) \quad (5)$$

donde

$$k_i^2 = \omega_i \sqrt{\frac{\rho A}{EI_{zz}}} \quad (6)$$

donde  $E$  es el módulo de rigidez e  $I_{zz}$  es el momento rectangular de inercia de la sección transversal de la cerda.

Los coeficientes  $C_{2i}$  y  $C_{4i}$  ( $i = 1, 2, 3... \infty$ ) están dados por

$$C_{4i} = -C_{2i} \left( \frac{\cos k_i l + \cosh k_i l}{\sin k_i l + \sinh k_i l} \right) \quad (7)$$

y

$$C_{2i} = \frac{(k_i g(k_i l))^{1/2}}{\left[ \begin{array}{l} k_i l g(k_i l) + 3 \sinh k_i l \cos k_i l \\ - 3 \sin k_i l \cosh k_i l \\ - 3 \cos k_i l \sin k_i l (\cosh k_i l)^2 \\ + 3 \sinh k_i l \cosh k_i l (\cos k_i l)^2 \end{array} \right]^{1/2}} \quad (8)$$

donde

$$g(k_i l) = (\cosh k_i l)^2 + 2 \sin k_i l \sinh k_i l - (\cos k_i l)^2 \quad (9)$$

También, se cumple que:

$$\cos k_i l \cosh k_i l = -1 \quad (10)$$

El momento flector a lo largo de la cerda está dado por:

$$M_z = -2EI_{zz} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ h_i(t) (C_{4i} k_i) \times \frac{C_{2i}(\cos k_i x + \cosh k_i x) + C_{4i}(\sin k_i x + \sinh k_i x)}{\omega_i} \right\} \quad (11)$$

La integral de la ecuación 4 depende de la función  $\alpha$ . Se estudian dos funciones de oscilación, una variación sinusoidal y una función “exponencial” desarrollada por los autores para lograr pequeñas aceleraciones del eje del cepillo [5]. La última función depende de un parámetro  $b$  que controla la suavidad de variación de la velocidad angular y la máxima aceleración angular del árbol. La figura 9 ilustra tres curvas de aceleración angular del cepillo,  $\alpha$ . Como se muestra, la función “exponencial” produce menores aceleraciones angulares, y entre más pequeño sea el valor de  $b$ , menores serán éstas.

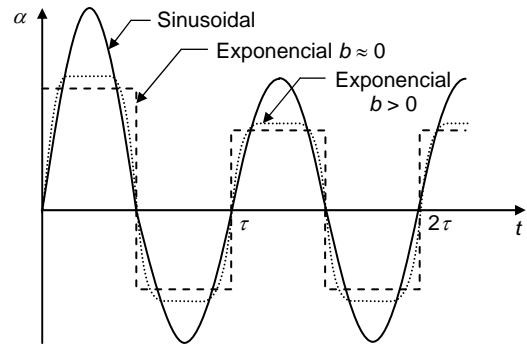


Figura 9. Curvas de la aceleración angular correspondientes a las velocidades angulares sinusoidal y “exponencial”

La integral de la ecuación 4 está dada, para la función sinusoidal, por:

$$h_i(t) = \frac{2\pi f r_1 \omega_i \omega_a}{(2\pi f)^2 - \omega_i^2} (\cos 2\pi f t - \cos \omega_i t) \quad (12)$$

y para la exponencial por:

$$h_i(t) = r_1 \alpha(0) \sin \omega_i t \frac{t}{2n} + \sum_{j=1}^{n-1} \left\{ r_1 \alpha \left( \frac{j t}{n} \right) \sin \left[ \omega_i t \left( \frac{n-j}{n} \right) \right] \frac{t}{n} \right\} \quad (13)$$

donde  $\omega_a = \omega_{max} = -\omega_{min}$  es la componente alternante de la velocidad angular,  $f$  es la frecuencia de oscilación y  $n$

es un número entero suficientemente grande para producir la exactitud requerida.

El modelo se aplica a cerdas de acero con módulo de elasticidad  $E = 207$  GPa, densidad  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>, sección transversal  $2 \times 0.5$  mm<sup>2</sup>, longitud  $l = 240$  mm, componente alternativo de la velocidad  $\omega_a = 10$  rpm, y radio de montaje  $r_{11} = 112.5$  mm. La figura 10 muestra el momento máximo en la cerda, en función de la frecuencia, cuando el cepillo opera en vuelo libre durante 5 s, para la función sinusoidal y la "exponencial" con tres valores de  $b$ . Se observa que las cerdas tienden a resonar

cuando la frecuencia de oscilación es cercana a la primera frecuencia natural de las cerdas,  $f_1 = 7.22$  s<sup>-1</sup> [5]. Sin embargo, la función "exponencial" tiende a producir resonancia también a fracciones impares de las frecuencias naturales. Este efecto se acentúa cuando el valor de  $b$  es pequeño. Además, el modelo sugiere que la deflexión y el momento flector son proporcionales a  $\omega_a$  y  $r_1$ , y que no dependen del componente medio de la velocidad. Por último, para el rango de frecuencias [0.62 s<sup>-1</sup>, 12.5 s<sup>-1</sup>], se concluye que la vibración de las cerdas está dominada por el modo fundamental y que modos superiores tienen contribuciones pequeñas.

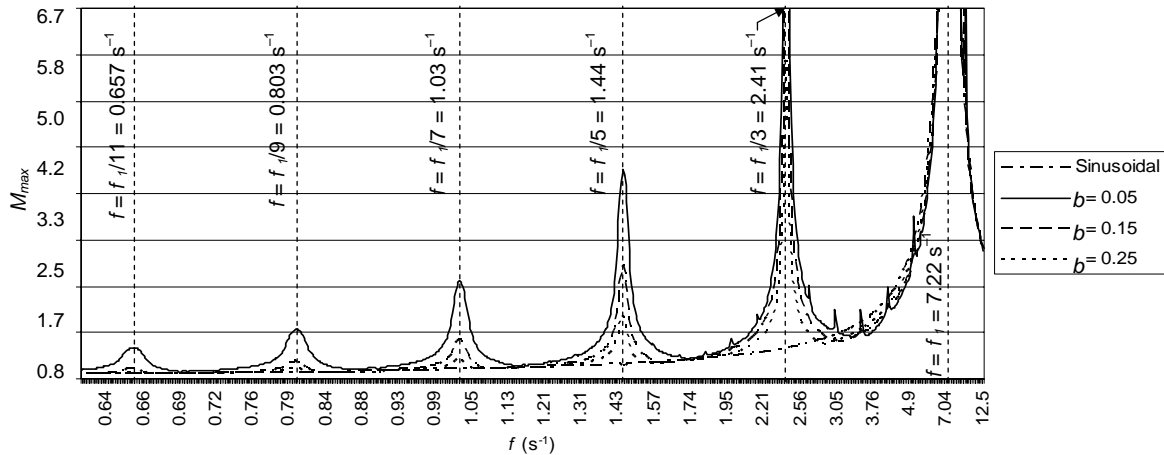


Figura 10. Momento máximo en la cerda de un cepillo impulsador

## 5. CONCLUSIONES

Este artículo revisó la investigación sobre la dinámica de cepillos laterales para barrido de calles y presentó un modelo teórico, desarrollado por los autores, de la dinámica de un cepillo impulsador oscilatorio en vuelo libre. Se concluye que la investigación en este campo es extremadamente escasa y que la dinámica de los cepillos laterales es muy compleja, ya que depende de la interacción de muchas variables y fenómenos, tales como vibraciones de las cerdas, fricción, velocidad de rotación y ángulos de configuración del cepillo. Por otro lado, se encontró que la frecuencia de oscilación de un cepillo oscilatorio impulsador en vuelo libre afecta el comportamiento del cepillo de una manera tal que, para una variación sinusoidal de la velocidad, ocurre resonancia sólo a las frecuencias naturales de la cerda, mientras que para la función exponencial tiende a ocurrir resonancia también a frecuencias iguales a fracciones impares de las frecuencias naturales.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se realizó con el apoyo del Programa Alβan, Programa de becas de alto nivel de la Unión Europea para América Latina, n° de identificación (E03D04976CO), de la Universidad Tecnológica de Pereira y de la University of Surrey.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] VANEGAS USECHE, L. V. y PARKER, G. A. Barrido de Calles y Vehículos Barredores, *Scientia et Technica*, 26, pp. 85-90, 2004.
- [2] PEEL, G., MICHIELEN, M. y PARKER, G. Some Aspects of Road Sweeping Vehicle Automation, *IEEE/ASME Int. Conf. Adv. Intelligent Mechatronics Proc.*, pp. 337-342, 2001.
- [3] PEEL, G. M. y PARKER, G. A. Initial Investigations into the Dynamics of Cutting Brushes for Sweeping, *ASME, J. Dynamic Syst., Meas. Control*, 124(4), pp. 675-681, 2002.
- [4] PEEL, G. A General Theory for Channel Brush Design for Street Sweeping, Tesis de PhD, Surrey University, Reino Unido, 2002.
- [5] VANEGAS USECHE, L. V., ABDEL WAHAB, M. M. y PARKER, G. A. Theoretical Model for the Free-Flight Behaviour of the Bristles of an Oscillatory Gutter Brush for Road Sweeping, *Proc. XI<sup>th</sup> Int. Conf. Vibration Eng.*, L. Bereteu *et al.*, eds., Timisoara, Rumania, pp. 83-90, 2005.
- [6] STANGO, R. J. y SHIA, C-Y. Analysis of Filament Deformation for a Freely Rotating Cup Brush, *ASME J. Manuf. Sc. Eng.*, 119(3), pp. 298-306, 1997.
- [7] DEERY, C., HEANUE, M., DEACON, S., ROBINSON, P. G., WALMSLEY, A. D., WORTHINGTON, H., SHAW, W. y GLENNY, A.-M. The Effectiveness of Manual versus Powered Toothbrushes for Dental Health: A Systematic Review, *J. Dentistry*, 32, pp. 197-211, 2004.
- [8] PHILIPPOSIAN, A. y MUSTAPHA, L. Effect of Tool Kinematics, Brush Pressure and Cleaning Fluid pH on Coefficient of Friction and Tribology of Post-CMP PVA Brush Scrubbing Processes, *Mat. Res. Soc. Sym. Proc.*, 767, pp. 209-215, 2003.