

NUEVA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA GRAVITATORIO, OTRAS APLICACIONES

RESUMEN

Se continúa la aplicación de una nueva solución al problema gravitatorio, expuesta en un artículo anterior [3], a otros problemas tratados también por la Relatividad General. Los resultados fueron confrontados con los resultados basados en la solución de Schwarzschild, tal como se presentan en dos libros de relatividad general, "Tiempo, Espacio y Materia" de Herman Weyl e "Introduction to General Relativity" de H. A. Atwater. Este artículo se escribió en forma didáctica, pues se piensa que lo leerán personas de diversas formaciones científicas; por eso se incluyen explicaciones que no aparecerían en un simple informe científico.

PALABRAS CLAVES: Interacción, gravitacional, Schwarzschild, Relatividad General.

ABSTRACT

A new solution to the problem of the interaction between a spherical body of great mass, supposed in rest, and a small body in movement through the Gravitational Field is explained. The solution was confronted with the results based on the solution of Schwarzschild, as they appear in two books of general relativity, "Time, Space and Matter" of Herman Weyl and "Introduction to General Relativity" of H.

A. Atwater. This article was written in didactic form, so people of diverse formation could read it; for this reason, explanations that would not appear in a simple scientific report are included.

KEYWORDS: Interaction, gravitational, Schwarzschild, General Relativity.

1. INTRODUCCIÓN

Se trata de aplicar la nueva solución a otros casos diferentes a los del avance del perihelio, demostrando que en ellos se llega a resultados iguales a los obtenidos usando la Relatividad General. Tales resultados fueron confrontados con los resultados basados en la solución de Schwarzschild, tal como se presentan en dos libros de relatividad general, "Tiempo, Espacio y Materia" de Herman Weyl e "Introduction to General Relativity" de H. A. Atwater. Este artículo complementa lo tratado en el artículo NUEVA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA GRAVITATORIO.

2. COMPORTAMIENTO DE MASAS PEQUEÑAS EN CAMPOS GRAVITATORIOS DE SIMETRÍA ESFÉRICA

La masa m se mueve acercándose a una enorme masa M y al campo gravitatorio que la rodea, figura 1. Es razonable suponer que a grandes distancias el campo se puede tomar tan pequeño que no alcanza a modificar en absoluto el movimiento de la masa pequeña. También asumimos que dicho movimiento se presenta en un plano que pasa por el centro de la masa central, requiriendo solo las coordenadas R y ϕ para ser descrito y buscamos la trayectoria de m en el campo gravitacional

Las ecuaciones que usamos fueron:

EMIRO DÍEZ SALDARRIAG

Profesor Emérito de la Universidad Pontificia Bolivariana-

- Grupo amigos de la física: Grupo permanente de profesores y egresados de las Universidades Pontificia Bolivariana, Nacional y Antioquia, orientado por el Profesor Antonio Quintero A.

Este artículo está dedicado al maestro y gran matemático Javier Escobar Montoya.

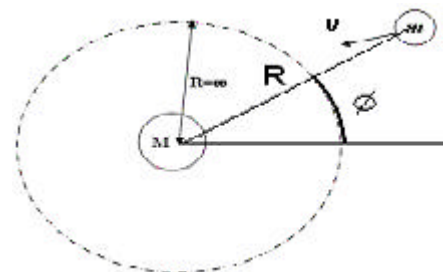


Figura 1.

$$m = m_o / \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}; \tag{1}$$

$$E = c^2 m - GMm / R \tag{2}$$

$$b = R p_f = RmR \, d\mathbf{f} / dt \tag{3}$$

Donde m_o es la masa en reposo de la masa m , G la constante gravitacional, R la distancia de la pequeña masa a la masa M , E la energía total y b el momento de inercia. Tomamos la ecuación (3) y escribimos su versión aproximada para velocidades pequeñas respecto a la velocidad de la luz, pues es la ecuación más parecida a la de Schwarzschild:

$$\frac{2c^2 m}{m_o} = 2c^2 + \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + \left(\frac{Rd\mathbf{f}}{dt}\right)^2 \tag{4}$$

Procedemos a resolver esta ecuación exactamente como se resuelve su contrapartida en Relatividad General:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = 2c^2 \frac{m}{m_o} - 2c^2 - \left(R \frac{d\mathbf{f}}{dt}\right)^2 \quad (5)$$

$$\left(\frac{d\left(\frac{1}{R}\right)}{d\mathbf{f}}\right)^2 = \frac{2c^2}{b^2} \frac{E^2}{c^4 \left(1 - \frac{GM}{c^2 R}\right)^2} \left(\frac{E}{c^2} \left(1 - \frac{GM}{c^2 R}\right)^{-1} - 1\right) \frac{1}{R^2}$$

Para simplificar la escritura, escribimos:

$$u = 1/R, \quad A = GM/c^2, \quad m_E = E/c^2$$

Con lo cual obtenemos:

$$\therefore \left(\frac{du}{d\mathbf{f}}\right)^2 = \frac{2c^2 m_E^2}{b^2 (1 - Au)^3} \left(\frac{m_E}{m_o} - 1 + Au\right) - u^2$$

Se utiliza, como en Relatividad General, la expansión en serie de potencias:

$$(1 - Au)^{-3} = 1 + 3Au + 6A^2u^2 + 10A^3u^3 \dots \quad \text{Solo}$$

tomamos hasta el término al cuadrado, considerando los demás muy pequeños en comparación los de potencias mas elevadas:

$$\begin{aligned} \therefore \left(\frac{du}{d\mathbf{f}}\right)^2 &= \frac{2c^2 m_E^2}{b^2} \left(\frac{m_E}{m_o} - 1\right) + 2u \left(\frac{c^2 m_E^2 A}{b^2} \left[3\left(\frac{m_E}{m_o} - 1\right) + 1\right]\right) \\ &+ u^2 \left(\frac{2c^2 m_E^2 A^2}{b^2} \left[6\left(\frac{m_E}{m_o} - 1\right) + 3\right]\right) - u^2 \end{aligned}$$

Llamando:

$$\begin{aligned} \therefore H &= \frac{2c^2 m_E^2}{b^2} \left(\frac{m_E}{m_o} - 1\right); \quad L = 2u \left(\frac{c^2 m_E^2 A}{b^2} \left[\frac{3m_E}{m_o} - 2\right]\right) \\ D &= -u^2 \left(1 - \frac{2c^2 m_E^2 A^2}{b^2} \left(\frac{6m_E}{m_o} - 3\right)\right) \end{aligned}$$

La ecuación queda:

$$\therefore (du/d\mathbf{f})^2 = D \left\{ (H/D) - (u - (L/D))^2 + (L^2/D^2) \right\} \quad (6)$$

Aquí hacemos la sustitución usual en Relatividad General:

$$u = (L/D) + (\sqrt{(H/D) + (L^2/D^2)}) \text{Cos}q \quad (7)$$

Donde θ no es un ángulo físico, como sí lo es el ángulo ϕ , sino una variable auxiliar. Reemplazamos en (6) la derivada de u respecto a $\dot{\theta}$:

$$\begin{aligned} du/d\mathbf{f} &= -(\sqrt{(H/D) + (L^2/D^2)}) \text{Sen}q \, dq/d\mathbf{f} \\ \therefore \left(\frac{H}{D} + \frac{L^2}{D^2}\right) \text{Sen}^2q \left(\frac{dq}{d\mathbf{f}}\right)^2 &= D \left\{ \frac{H}{D} + \frac{L^2}{D^2} - \left[\sqrt{\frac{H}{D} + \frac{L^2}{D^2}} \text{Cos}q\right]^2 \right\} \\ &= D \left(\frac{H}{D} + \frac{L^2}{D^2}\right) \text{Sen}^2q \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{dq}{d\mathbf{f}} = \sqrt{D} \quad \therefore \mathbf{q} = \sqrt{D} \mathbf{f} + \mathbf{q}_o$$

Y se tiene ya la "solución" del movimiento. Estudiémosla.

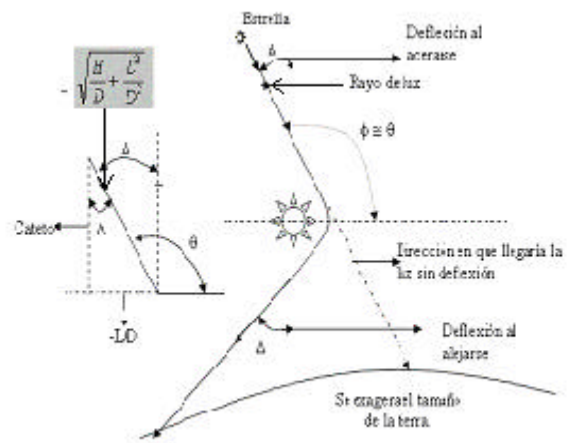
3. DEFLEXIÓN DEL RAYO DE LUZ AL PASAR CERCA DEL SOL

La solución obtenida es paramétrica, siendo el parámetro el ángulo no físico θ , y se condensa en dos ecuaciones:

$$\mathbf{q} = \sqrt{D} \mathbf{f} + \mathbf{q}_o$$

$$1/R = u = (L/D) + (\sqrt{(A/D) + (L^2/D^2)}) \text{Cos}q$$

Ya estudiamos en el artículo anterior cuando el cuerpo pequeño orbita al mayor, ahora veremos cuando lo pasa rozando, pero, debido a su enorme velocidad, no queda orbitando. Se requiere, por tanto, que venga de $R =$ infinito y salga del campo de la masa mayor por $R =$ infinito (ver figura siguiente). Entonces, el inverso de R , que llamamos u , debe pasar por cero. Para ello basta que H sea mayor o igual a cero, lo que implica que m_E sea mayor que m_o . Como la diferencia entre θ y ϕ se puede despreciar en este caso, pues no existen perihelios, el gráfico polar contra θ nos sirve como gráfico polar contra ϕ .



Consideremos la solución:

$$\therefore u = \left(\frac{u_{\min} + u_{\max}}{2}\right) + \left(\frac{u_{\max} - u_{\min}}{2}\right) \text{Cos}q$$

y hagamos $R =$ infinito, o sea, $u = 0$:

$$\therefore \text{Cos}(q) = \left(\frac{-L/D}{\sqrt{(H/D) + (L^2/D^2)}}\right);$$

Y, de acuerdo a la figura anterior, el cateto que falta determinar es:

$$\begin{aligned} \therefore C_{\text{ateto}} &= \sqrt{(L^2/D^2 + H/D) - (L/D)^2} \quad \text{Como} \\ \therefore C_{\text{ateto}} &= \sqrt{H/D} \end{aligned}$$

se observa, se utiliza trigonometría plana; y en ella se acepta que los ángulos pequeños tienen un valor en radianes muy cercano al valor de su tangente. Para este caso prácticamente no existe diferencia alguna. Por lo tanto:

$$\therefore \text{Deflexión} = \Delta \cong |\text{Tang}(\Delta)| = \frac{|-L/D|}{\sqrt{H/D}} = \frac{L}{\sqrt{DH}}$$

Como la deflexión de llegada y la deflexión de salida son iguales, la deflexión total, observada desde la tierra, es el doble de la deflexión de cada una de ellas:

$$\therefore \text{Deflexión observada} = 2\Delta \cong 2|\text{Tang}(\Delta)| = 2 \frac{L}{\sqrt{DH}} =$$

$$\frac{\left(\frac{2c^2 m_E^2 A}{b^2}\right) \left(\frac{3m_E}{m_0} - 2\right)}{\sqrt{\left(1 - \frac{2c^2 m_E^2}{b^2} \left(\frac{6m_E}{m_0} - 3\right)\right) \left(\frac{2c^2 m_E^2}{b^2} \left(\frac{m_E}{m_0} - 1\right)\right)}}$$

Como hicimos anteriormente aproximamos el parámetro D a la unidad, obteniendo:

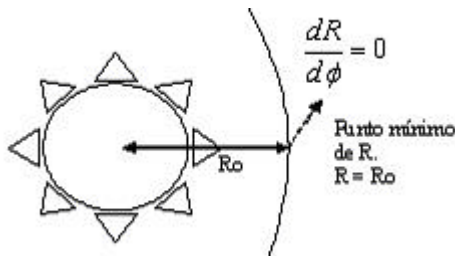
$$\therefore \text{Deflexión observada} = \frac{\sqrt{2} c m_E A}{b} \left(\frac{3m_E}{m_0} - 2 \right) \frac{1}{\sqrt{\frac{m_E}{m_0} - 1}}$$

Recordando la expresión para el momento angular:

$$R^2 m \frac{d\mathbf{f}}{dt} = b$$

tenemos que en el punto de máximo acercamiento al Sol el radio pasa por un mínimo y $dR/dt = 0$, de modo que la velocidad queda:

$$v = \frac{dR}{dt} a_R + R \frac{d\mathbf{f}}{dt} a_f = R \frac{d\mathbf{f}}{dt} a_f$$



Entonces, si llamamos R_0 , el radio en el máximo acercamiento (ver figura anterior), la ecuación del momento angular en ese preciso momento se lee:

$$b = R_0^2 m \frac{d\mathbf{f}}{dt} = R_0 R_0 m \frac{d\mathbf{f}}{dt}$$

Pero si asumimos que v es cercana a C , aunque vayamos un poco contra nuestros presupuestos, y tenemos en cuenta que:

$$m = m_E / (1 - A / R_0) \quad \therefore m \cong m_E$$

la deflexión total resulta:

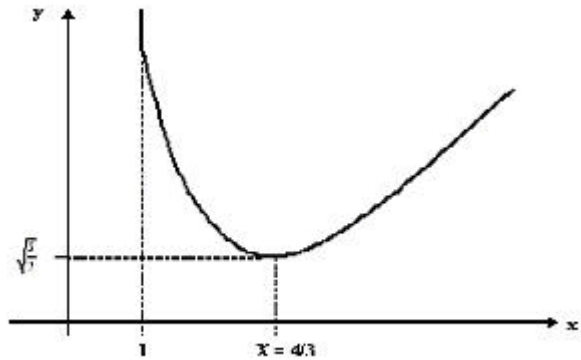
$$\therefore \text{Deflexión observada} = \frac{\sqrt{2} c m_E A}{m_E c R_0} \left(\frac{3(m_E/m_0) - 2}{\sqrt{(m_E/m_0) - 1}} \right) = \frac{\sqrt{2} A}{R_0} \left(\frac{3(m_E/m_0) - 2}{\sqrt{(m_E/m_0) - 1}} \right)$$

Expresión que escribimos, para compararla con la de la Relatividad General:

$$\therefore \text{Deflexión observada} = \frac{4 A}{R_0} \left(\frac{(3m_E/m_0) - 2}{2\sqrt{2} \sqrt{(m_E/m_0) - 1}} \right)$$

El término $4A / R_0$ corresponde a la deflexión calculada por la Relatividad General y da los mismos valores predichos por ella; pero ahora tenemos un factor adicional que no podemos llevar al extremo de $m_E = m_0$ que no correspondería en absoluto a la naturaleza de un fotón cuya masa en reposo es cero. Nos resta, entonces, hacer un estudio detallado de ese factor. Para ello hacemos $(m_E / m_0) = X$, de modo que el factor queda:

$$\therefore \text{Factor} = y = \left(\frac{3X - 2}{2\sqrt{2} \sqrt{X - 1}} \right)$$



La gráfica para ese factor nos muestra un mínimo que correspondería a partículas de mucha velocidad que sufrirían la mas pequeña deflexión, como sería el caso de los fotones. Hallemos ese mínimo:

Con este factor los cuerpos más rápidos se deflectarían:

$$\therefore \text{Deflexión observada} = \frac{4 A}{R_0} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)$$

Por lo tanto la deflexión con esta solución es igual a la deflexión Relativista multiplicada por $\sqrt{3} / 2$. Aunque las medidas durante los eclipse solares siempre han excedido un poco a los cálculos relativistas, nuestra corrección resulta un poco grande. Sin embargo, siempre obtenemos valores más cercanos a los experimentales que los de la Relatividad.

4. EL POTENCIAL DE SCHWARZSCHILD

Otra congruencia de nuestra solución con la solución de la Relatividad General que queremos resaltar es el potencial de Schwarzschild. Potencial que sirve para predecir las posibles órbitas estables en la métrica impuesta por el potencial gravitacional simétrico. Veamos como se obtiene en nuestro caso.

Partimos de las ecuaciones (4) y (5):

$$\frac{2c^2 m}{m_o} = 2c^2 + v^2 = 2c^2 + \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + \left(R \frac{d\mathbf{f}}{dt}\right)^2$$

$$(4) \therefore \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = 2c^2 \frac{m}{m_o} - 2c^2 - \left(R \frac{d\mathbf{f}}{dt}\right)^2$$

$$\therefore \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = 2c^2 \frac{m}{m_o} - 2c^2 - \left(R \frac{d\mathbf{f}}{dt}\right)^2 \quad (5)$$

Reemplazo de la ecuación (3):

$$R p_f = RmR \frac{d\mathbf{f}}{dt} = b$$

$$\therefore \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = 2c^2 \frac{m}{m_o} - 2c^2 - \left(R \frac{b}{mR^2}\right)^2$$

Y de la ecuación (2):

$$m = \frac{m_E}{1 - A/R_o}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = c^2 \left(\frac{m_E}{m_o(1 - A/R)} - 1\right) - \left(\frac{b^2(1 - A/R)^2}{2m_E^2 R^2}\right)$$

Expandiendo en serie obtenemos:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = c^2 \left(\frac{m_E}{m_o} \left(1 + \frac{A}{R} + \frac{A^2}{R^2} + \frac{A^3}{R^3} \dots\right) - 1\right) - \left(\frac{b^2 \left(1 - \frac{2A}{R} + \frac{A^2}{R^2}\right)}{2m_E^2 R^2}\right)$$

Si no tomamos en cuenta los términos de segundo orden y en adelante:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = c^2 \left(\frac{m_E}{m_o} \left(1 + \frac{A}{R}\right) - 1\right) - \left(\frac{b^2 \left(1 - \frac{2A}{R}\right)}{2m_E^2 R^2}\right)$$

$$\therefore c^2 \left(\frac{m_E}{m_o} - 1\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \left(\frac{Ac^2 m_E}{R m_o} - \frac{b^2}{2m_E^2 R^2} + \frac{Ab^2}{m_E^2 R^3}\right)$$

Se define como potencial de Schwarzschild la expresión:

$$\therefore V_{Schwarzschild} = - \left(\frac{Ac^2 m_E}{R m_o} - \frac{b^2}{2m_E^2 R^2} + \frac{Ab^2}{m_E^2 R^3}\right)$$

Que escrita en la notación usada por H.A. Atwater en su "Introduction to General Relativity", donde:

$$\therefore m_E b_{r.g.} = b$$

Es decir, el parámetro que nosotros llamamos b, este autor lo llama $b_{r.g.}$ multiplicado por la masa de la energía, y como:

$$A = MG / c^2$$

El potencial queda:

$$\therefore V_{Schwarzschild} = \left(-\frac{MG^2 m_E}{R m_o} + \frac{b_{r.g.}^2}{2R^2} - \frac{MG b_{r.g.}^2}{R^3}\right) Q$$

ue, con $m_E = m_o$, queda idéntico al de la Relatividad General.

5. CORRIMIENTO HACIA EL ROJO POR CAMPO GRAVITACIONAL

La Relatividad General explica este fenómeno como una disminución de la frecuencia de oscilación de cualquier entidad en presencia de un campo gravitacional. Los relojes son osciladores también y su disminución de frecuencia se toma como un alargamiento del tiempo propio cuando es observado por alguien no inmerso en el campo gravitacional. Esto conlleva a que este mismo observador reciba una onda luminosa, que debería tener una frecuencia dada, con una frecuencia menor: ese es el corrimiento hacia el rojo, pues el rojo es el color de menor frecuencia entre las visibles. Nuestro enfoque usa marcos newtonianos con tiempos únicos y espacios planos, por lo que tenemos que explicar el fenómeno de otra manera: recurriendo a "fuerzas", no a geometría espacio temporal.

Partimos de la consideración que la energía de los fotones es proporcional a su frecuencia:

$$E = hf$$

Donde h es la constante de Planck. Por supuesto que el autor de este artículo no entiende esta fórmula "fenomenológicamente", pero la usa con cierta soltura por la costumbre. Para escapar un fotón de un cuerpo masivo tiene que vencer su "fuerza" de atracción, lo que hace a costa de parte de su energía, por lo que pierde frecuencia. Cuando se acerca a otro cuerpo masivo, a la tierra, donde lo espera el observador, cuya observación, según algunos extraños presupuestos mecánico cuánticos, lo ha afectado desde que se emitió hace millones de eones, recibe una energía que aumenta su frecuencia. El corrimiento hacia el rojo es una diferencia de esa pérdida y esa ganancia de frecuencia.



De acuerdo a la figura anterior, el fotón se emite en la superficie de un cuerpo de masa M1 y radio R1. Entonces, su masa estará dada por nuestra ecuación:

$$m_1 = \frac{m_E}{1 - A_1 / R_1} = \frac{h f_1}{c^2} \quad (13)$$

Cuando llega a la superficie de otro cuerpo de masa M1 y radio R1, su masa se transforma en:

$$m_2 = m_E / (1 - A_2 / R_2) = h f_2 / c^2 \quad (14)$$

Reemplazando R = 1/u, para facilitar la escritura:

$$f_1 / f_2 = m_1 / m_2 = (1 - A_2 u_2) / (1 - A_1 u_1)$$

Aparentemente obtuvimos una expresión muy diferente a la einsteniana, que sería:

$$\frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{1 - 2A_2 u_2}{1 - A_1 u_1}}$$

Sin embargo podemos mostrar que la nuestra es casi la misma. Escribamos la nuestra así:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{\sqrt{(1 - A_2 u_2)^2}}{\sqrt{(1 - A_1 u_1)^2}} = \frac{\sqrt{(1 - 2A_2 u_2 + A_2^2 u_2^2)}}{\sqrt{(1 - 2A_1 u_1 + A_1^2 u_1^2)}} \quad \text{Pero}$$

como las cantidades Au son tan pequeñas, los valores cuadráticos no tienen relevancia numérica y se pueden despreciar sin introducir errores apreciables. Por lo anterior:

¡!!!Otra vez los mismos resultados de la Relatividad General!!!

Pero el corrimiento hacia el rojo se mide como la eficiencia en las máquinas:

Eficiencia = (potencia de entrada - potencia de salida) / (potencia de entrada)

Corrimiento hacia el rojo = (f1 - f2) / (f1) (15)

De (13) y de (14), despejamos f1 y f2 y las reemplazamos en (15):

$$\begin{aligned} \Delta f &= \frac{\frac{c^2 m_E}{h(1 - A_1 u_1)} - \frac{c^2 m_E}{h(1 - A_2 u_2)}}{\frac{c^2 m_E}{h(1 - A_1 u_1)}} \\ &= \frac{1}{(1 - A_1 u_1)} - \frac{1}{(1 - A_2 u_2)} \\ &= \frac{1}{(1 - A_1 u_1)} \end{aligned}$$

Expresión que se torna:

$$\Delta f = \frac{1 - A_2 u_2 - 1 + A_1 u_1}{1 - A_2 u_2} = \frac{A_1 u_1 - A_2 u_2}{(1 - A_2 u_2)}$$

Como $A_2 u_2 \ll \ll \ll 1$ se omite este término, resultando:

$$\Delta f = A_1 u_1 - A_2 u_2 = (G/c^2) \left((M_1/R_1) - (M_2/R_2) \right)$$

¡!! Exactamente la expresión relativista!!!!

6. LOS AGUJEROS NEGROS

Si analizamos la métrica de Schwarzschild:

$$c^2 ds^2 = (c^2 - 2GM/R) dt^2 - (dR)^2 / (1 - 2GM/c^2 R) - R^2 (d\mathbf{f})^2 - R^2 \text{Sen}^2(\mathbf{q}) d\mathbf{q}^2,$$

encontramos que si $(1 - 2GM/c^2 R) = 0$ se produce una singularidad, una división por cero. Esta singularidad se interpreta como si un cuerpo de radio Ro y masa Mo, que cumple esa condición, tiene un campo gravitacional tan gigantesco que nada puede escapar a él. Hasta la luz que emite es engullida luego o no es emitida nunca. Aparece, entonces, como una zona oscura en el espacio...Tendremos que para que se presente esa situación, el radio del cuerpo y la masa deben cumplir:

$$1 - 2GM_o/c^2 R_o = 0, \therefore R_o = 2GM_o/c^2$$

En la solución presentada en este artículo el radio solo debe ser la mitad de ese valor. Entonces encontramos la única diferencia entre las dos soluciones. Sin embargo, no sobra recalcar que no se conocen, hasta ahora, las dimensiones verdaderas de ningún agujero negro. Pero las diferencias no son solo de dimensiones: el comportamiento entero de esos entes es diferente es las dos teorías. Por ejemplo, en la nuestra, una partícula que se acerque a un agujero negro aumenta de masa, masa que llegaría a infinito si lograra arribar a su superficie...Por lo mismo, la partícula se podría convertir en otro agujero negro y la colisión sería de proporciones mayúsculas y sin nada parecido a la bucólica y pastoril manera como los agujeros negros de Penrose y Hawking se tragan sus particulitas, que parece no sufren sino algunos vértigos producidos por los efectos de las mareas gravitacionales. En otras palabras, los agujeros negros no relativistas son infinitamente mas monstruosos y llenos de mañas que los relativistas...amanecerá y veremos. Por ahora, el autor está tratando de estudiar la emisión de partículas desde los agujeros negros, que para Hawking tiene que ver con la creación desde la nada cuántica de un par partícula antipartícula, y en este modelo es simplemente un mero rebote cuando la partícula llega al horizonte del agujero negro, perfectamente expresable en matemáticas, pero fenomenológicamente bastante intrigante.

7. EQUIVALENCIA DE MASA GRAVITACIONAL Y MASA INERCIAL

El mismo Galileo, al sostener que pesos distintos caían sin diferencias cinéticas, sin saberlo, afirmó la igualdad de la masa que gravita en el campo de la tierra y la masa que presenta inercia, resistencia al cambio de movimiento. Pero fue el Barón húngaro Roland Von Eötvös quién, en 1900, realizó experimentos de mucha precisión para sostener esa igualdad. Pruebas posteriores aparentemente también vinieron a corroborar los resultados de Eötvös.

En la aproximación Newtoniana:

$$(GM \text{ masa} / R^2) = \text{masa } d(v)/dt,$$

observamos como la masa gravitante desaparece, pues se puede cancelar en ambos miembros de la ecuación diferencial cuya solución es la ecuación de movimiento. En la Relatividad General la igualdad de masa gravitante y masa inercial es imprescindible para interpretar la gravedad como una aceleración (ascensor de Einstein). En nuestra solución partimos de esa igualdad (ecuación (1)), pero debemos comprobar que, en efecto, el movimiento es independiente de la masa gravitante, pues esto es en definitiva lo importante.

Los tres parámetros que entran en nuestra solución son H, L, y D, y están dados por:

$$\therefore H = \frac{2c^2 m_E^2}{b^2} \left(\frac{m_E}{m_o} - 1 \right) \quad ; L = \left(\frac{c^2 m_E^2 A}{b^2} \left[\left(\frac{3m_E}{m_o} - 2 \right) \right] \right)$$

$$D = \left[1 - \frac{2c^2 m_E^2 A^2}{b^2} \left(\frac{6m_E}{m_o} - 3 \right) \right]$$

Entonces, la incidencia de la masa en la solución queda restringida a los cocientes (m_E / m_o) y (m_E^2 / b^2) . Pero sabemos que:

$$m = m_o / \sqrt{1 - (v^2 / c^2)}$$

$$m = m_E / (1 - A / R_o)$$

$$b = R_o^2 m d\Phi / dt$$

De donde:

$$(m_e / m_o) = (1 - A / R) / (\sqrt{1 - v^2 / c^2})$$

y

$$(m_e / b) = (1 - A / R) / (R^2 d\Phi / dt)$$

Vemos que estos cocientes no dependen de la masa en absoluto. Masas diferentes que pasan por el mismo punto con los mismos valores de velocidad se comportan de ahí en adelante exactamente lo mismo. O sea, nuestra solución cumple perfectamente con los experimentos tipo Eötvös y similares.

Desgraciadamente, esto impidió al autor calcular la masa en reposo de los planetas, que no se debe confundir con la masa calculada a partir de las dinámicas newtonianas o einsteniana, ya que esta depende, precisamente, de esas dinámicas, y en cambio la masa en reposo sería un invariante absoluto. Esas cantidades, desconocidas hasta ahora, no se pueden deducir de los datos orbitales, ya que todas las masas orbitan lo mismo si llegan a tener los mismos parámetros cinéticos.

8. CONCLUSIONES

Resulta, entonces, que todos los resultados que se toman como pruebas de que la Relatividad General es válida se pueden calcular solo con la mecánica de Newton y la

masa variable. Esta solución no relativista adquiere un interés especial en estos días en que la NASA anuncia, precisamente, experimentos de comprobación de la teoría Einsteniana, pues resulta que todos esos experimentos tienen resultados predecibles en esta solución no relativista. La NASA solo estaría demostrando que la mecánica de Newton es válida si se toma la masa variable. Para una contrastación verdadera de la Relatividad solo tenemos por ahora la medida experimental de la masa y el radio de los agujeros negros. Es necesario esperar que los astrónomos logren estas medidas para saber si la Relatividad General si es válida.

9. BIBLIOGRAFIA

- [1] BORN Max, , Einstein's Theory of Relativity, Dover – New York 1965
- [2] DIÉZ Saldarriaga Emiro, Anotaciones sobre Relatividad y Teoría Electromagnética. Seminario física conceptual 1985
- [3] DIÉZ Saldarriaga Emiro, Nueva Solución al Problema Gravitatorio. En revista Scientia E Technica. Universidad Tecnológica de Pereira – Año 10 - No24 Mayo 2004.
- [4] EINSTEIN, A. El significado de la relatividad, Planeta – Agostini
- [5] EDDINGTON, Sir Arthur. Space, time and gravitation. Harper, New York 1959.
- [6] SOKOLNIKOFF, I.S, Análisis Tensorial. Limusa Mexico 1976
- [7] STILLMAN, Drake, La manzana de Newton y el diálogo de Galileo