

## MODELAMIENTO DE BANCOS DE TRANSFORMADORES

### RESUMEN

El presente artículo presenta en forma general los modelos matemáticos de transformadores trifásicos partiendo de la utilización de transformadores monofásicos conformando un banco trifásico, y de la incidencia en ellos de la hora del transformador.

**PALABRAS CLAVES:** Modelamiento matricial de transformadores, relación de transformación variable.

### ABSTRACT

*This paper shows the mathematic models about trifasic transformers starting in the mathematic model of monophasic transformer and show the effect of transformer hours.*

**KEYWORDS:** Matricial transformer modeling, transformer variable relation.

**DARÍO ELIECER RODAS R**

Profesor titular

Universidad Tecnológica de Pereira  
drodas@utp.edu.co

## 1. INTRODUCCIÓN

Nota. Esta versión es ligeramente diferente a la publicada en la revista, se corrigen acá algunos errores que tenía el original.

El modelamiento matemático de los transformadores está orientado fundamentalmente a análisis de sistemas de potencia, para aplicaciones en distribución en flujos de carga trifásicos desbalanceados.

La impedancia de magnetización de un transformador es muy grande, por tanto se puede aproximar a infinito (se desprecia para efectos de regulación de voltaje). Esta aproximación no afecta sustancialmente los flujos de carga. Se recomienda sí, contar con las pérdidas del hierro que se obtienen de la prueba de vacío y las cuales se pueden modelar sumándolas a la carga.

Intentar modelar un transformador trifásico como tal, con todos los acoples magnéticos de rigor, implica contar con los datos de muchas pruebas de corto-circuito, mejor que pruebas de vacío. De estas últimas se podría obtener la matriz Z del transformador y Y sería la inversa, sin embargo se recomienda obtener mejor la matriz Y directamente a partir de pruebas de cortocircuito, pues debido a problemas de inestabilidad numérica se requerirían mediciones con suprema exactitud de los parámetros Z.

En adelante entonces, se opta por utilizar en forma aproximada transformadores monofásicos aislados magnéticamente uno de otro, y en esta forma se interconectan para lograr el modelamiento de la conexión bajo estudio. Con ello la información necesaria para modelar el transformador trifásico se reduce

exclusivamente a la prueba de cortocircuito de un transformador, información siempre disponible.

En este orden de ideas para modelar adecuadamente un transformador trifásico se deberá empezar por modelar adecuadamente un transformador monofásico en su forma primitiva.

## 2. MODELAMIENTO DEL TRANSFORMADOR MONOFÁSICO

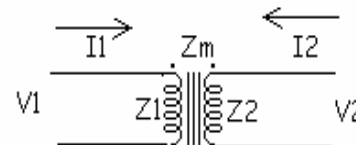


Figura 1 Transformador monofásico.

El transformador monofásico en su forma primitiva se ha modelado en forma matricial así:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_m \\ Z_m & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Donde:

Z<sub>1</sub>: Impedancia primitiva del devanado primario.

Z<sub>2</sub>: Impedancia primitiva del devanado secundario.

Z<sub>m</sub>: Impedancia primitiva mutua entre devanados primario y secundario.

Los voltajes y corrientes son igualmente valores de devanado (primitivos), de primario y secundario.

## 2.1 Relaciones en Cortocircuito

$$V_1 = Z_1 I_1 + Z_m I_2 \quad (1)$$

$$V_2 = Z_m I_1 + Z_2 I_2 \quad (2)$$

Realizando el corto en el secundario  $V_2 = 0$ , de la ecuación (2):

$I_2 = -(Z_m / Z_2) I_1$  y reemplazando en (1) se obtiene:

$$V_1 = I_1 \{ [Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] / Z_2 \}.$$

La impedancia de cortocircuito del transformador es:

$$Z_{tcc} = \{ [Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] / Z_2 \}.$$

Y en consecuencia la admitancia del transformador es:

$$Y_{tcc} = Z_2 / [Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] \quad (3)$$

Nota: El denominador de la expresión (3) es cercano a cero, sin embargo la prueba de cortocircuito da directamente  $Z_{cc}$  y su inversa  $Y_t$ , sin necesidad de recurrir a los valores desglosados de  $Z_1$ ,  $Z_2$  y  $Z_m$ , por ello no es un procedimiento recomendable obtener la matriz  $Y$  a partir de la inversa de  $Z$ .

## 2.2 Relaciones en Vacío

Si el secundario está en vacío  $I_2 = 0$ . Al dividir (1) entre (2) e igualando a la relación de transformación se obtiene:

$$V_1 / V_2 = Z_1 / Z_m = n1/n2 \quad (4)$$

Si se excita por el secundario y el primario estuviese en vacío  $I_1 = 0$ . Al dividir (1) entre (2) e igualando a la relación de transformación se obtiene:

$$V_1 / V_2 = Z_m / Z_2 = n1/n2 \quad (5)$$

## 2.3 Otras relaciones

Multiplicando las ecuaciones (4) y (5) se obtiene:

$$(Z_1 / Z_m)(Z_m / Z_2) = (n1/n2)(n1/n2) .$$

$$(Z_1 / Z_2) = (n1/n2)^2 \quad (6)$$

Con algunas manipulaciones de las expresiones anteriores se obtiene:

$$Z_m / [Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] = Y_t (n1/n2) \quad (7)$$

$$Z_1 / [Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] = Y_t (n1/n2)^2 \quad (8)$$

La matriz  $Y$  primitiva es la inversa de la  $Z$  primitiva:  
 $Y_{primitiva} = (Z_{primitiva})^{-1}$ .

La cual es:

$$[Yp] = \{ 1/[Z_1 Z_2 - (Z_m)^2] \} \begin{bmatrix} Z_2 & -Z_m \\ -Z_m & Z_1 \end{bmatrix}$$

Reemplazando las ecuaciones (3), (7) y (8) se obtiene:

$$[Yp] = \begin{bmatrix} Y_t & -Y_t(n_1 / n_2) \\ -Y_t(n_1 / n_2) & Y_t(n_1 / n_2)^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Se define la relación  $a$  que se expresa como:  $a = n1/n2$

$$[Yp] = \begin{bmatrix} Y_t & -aY_t \\ -aY_t & a^2Y_t \end{bmatrix} \quad (10)$$

En PU:

$$[Yp]_{pu} = \begin{bmatrix} Y_{t_{pu}} & -Y_{t_{pu}} \\ -Y_{t_{pu}} & Y_{t_{pu}} \end{bmatrix} \quad (11)$$

## 3. MODELAMIENTO DE BANCOS DE TRANSFORMADORES

En este ítem se presenta en forma general los modelos matemáticos de transformadores trifásicos partiendo de la utilización de transformadores monofásicos conformando un banco trifásico, y la incidencia en ellos de la hora del transformador.

### 3.1 Metodología en Siemens

1. Se procede a conformar una matriz admitancia primitiva ( $Yp$ ), en Siemens, trifásica de  $6 \times 6$ , compuesta por los tres transformadores monofásicos desacoplados entre ellos, donde las filas y las columnas 1, 3 y 5 representan los primarios; y las filas y columnas 2, 4 y 6 representan los secundarios de los transformadores individuales.

$$[Yp] = \begin{bmatrix} Y_t & -aY_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -aY_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -aY_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -aY_t & a^2Y_t \end{bmatrix} \quad (12)$$

Este paso es general para todas las conexiones posibles. (En siemens y por ahora con taps nominales)

A este nivel el transformador trifásico aún no está conectado.

2. Para la conexión en particular bajo estudio, se observa cual es la matriz de conexión [N], que relaciona los voltajes de devanado con los voltajes nodales, de los devanados particulares, considerando de una vez la hora del transformador.

3. Se aplica:  $Y_{bus} = N^t Y_p N$

### 3.2 Metodología en PU

1. Idem al paso anterior pero con [Yp] en pu, así:

$$[Y_p]_{pu} = \begin{bmatrix} Y_t & -Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -Y_t & Y_t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_t & -Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_t & Y_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_t & -Y_t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_t & Y_t \end{bmatrix} \quad (13)$$

Con  $Y_t$  en pu

2. Idem la paso 2 anterior
3. Idem al paso 3 anterior
4. Paso Adicional: Se corrigen las diferentes submatrices debido a cambios en los voltajes base, así:

#### Conexión Yy.

La  $Y_{bus}$  queda inalterada

#### Conexión Yd.

Cambia el voltaje base en el secundario, por lo tanto la  $Y_{bus}$  en pu se deberá acondicionar así (en términos de submatrices):

$Y_{pp}$  queda inalterada;  $Y_{ps}$  y  $Y_{sp}$  se dividen entre  $\sqrt{3}$ ;  $Y_{ss}$  se divide entre 3.

#### Conexión Dd.

Cambian ambos voltajes base en el primario y secundario, por lo tanto la  $Y_{bus}$  en pu se deberá dividir toda entre 3.

#### Conexión Dy.

Cambia el voltaje base en el primario, por lo tanto la  $Y_{bus}$  en pu se deberá acondicionar así (en términos de submatrices):

$Y_{pp}$  se divide entre 3;  $Y_{ps}$  y  $Y_{sp}$  se dividen entre  $\sqrt{3}$ ;  $Y_{ss}$  queda inalterada.

### 3.3 Ejemplos

#### 3.3.1 Transformador Yd1 (hora 1, y neutro aterrizado),

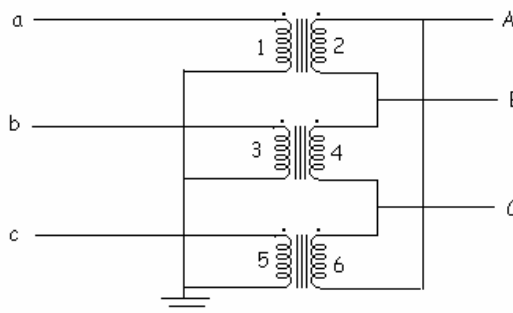


Figura 2. Transformador Yd1

Inicialmente se relacionan los voltajes de devanado en función de los voltajes nodales:

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \\ V6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}$$

Donde los números se refieren a voltajes de devanado y las letras a voltajes nodales con respecto a referencia (tierra).

La matriz que premultiplica a los voltajes nodales se llama matriz de conexión N.

La matriz admitancia de esos seis nodos es definida como:  $Y_{bus} = N^t Y_{primitiva} N$

Resolviendo para esta conexión particular (figura 2), se obtiene:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 & -aY_t & aY_t & 0 \\ 0 & Y_t & 0 & 0 & -aY_t & aY_t \\ 0 & 0 & Y_t & aY_t & 0 & -aY_t \\ -aY_t & 0 & aY_t & 2a^2Y_t & -a^2Y_t & -a^2Y_t \\ aY_t & -aY_t & 0 & -a^2Y_t & 2a^2Y_t & -a^2Y_t \\ 0 & aY_t & -aY_t & -a^2Y_t & -a^2Y_t & 2a^2Y_t \end{bmatrix} \quad (14)$$

En Siemens el problema termina acá, con  $a =$  relación nominal de devanado y  $Y_t$  admitancia de cortocircuito en Siemens referida al primario. Si se trata de valores en PU el proceso continúa con:

La  $Y_{bus}$  tiene una “forma” similar a la (14), pero  $a = 1$  y  $Y_t$  será en PU.

Por cambio en los voltaje base, las submatrices Yps y Ysp se dividen entre  $\sqrt{3}$  y la Yss se divide entre 3,  $a=1$  y Yt se entiende que estará en pu

$$Y_{bus_{pu}} = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 & -Y_t/\sqrt{3} & Y_t/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & Y_t & 0 & 0 & -Y_t/\sqrt{3} & Y_t/\sqrt{3} \\ 0 & 0 & Y_t & Y_t/\sqrt{3} & 0 & -Y_t/\sqrt{3} \\ -Y_t/\sqrt{3} & 0 & Y_t/\sqrt{3} & 2Y_t/3 & -Y_t/3 & -Y_t/3 \\ Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/\sqrt{3} & 0 & -Y_t/3 & 2Y_t/3 & -Y_t/3 \\ 0 & Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/3 & -Y_t/3 & 2Y_t/3 \end{bmatrix} \quad (15) \text{ (pu)}$$

**3.3.2 Transformador Yd1 (neutro sin aterrizar)**

En este caso hay 7 nodos: a- b -c del primario; A – B – C del secundario y el punto n flotante (punto común de la conexión Y).

Ahora:  $V1 = Va - Vn$ ;  $V3 = Vb - Vn$  y  $V5 = Vc - Vn$

La matriz admitancia es:  $Y_{bus} = N^t Y_{primitiva} N$  se obtiene una matriz de 7x7, en PU.

Finalmente se obtiene  $Y_{bus}$  eliminando el punto n (reducción por Kron) así:

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} 2Y_t/3 & -Y_t/3 & -Y_t/3 & -Y_t/\sqrt{3} & Y_t/\sqrt{3} & 0 \\ -Y_t/3 & 2Y_t/3 & -Y_t/3 & 0 & -Y_t/\sqrt{3} & Y_t/\sqrt{3} \\ -Y_t/3 & -Y_t/3 & 2Y_t/3 & Y_t/\sqrt{3} & 0 & -Y_t/\sqrt{3} \\ -Y_t/\sqrt{3} & 0 & Y_t/\sqrt{3} & 2Y_t/3 & -Y_t/3 & -Y_t/3 \\ Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/\sqrt{3} & 0 & -Y_t/3 & 2Y_t/3 & -Y_t/3 \\ 0 & Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/\sqrt{3} & -Y_t/3 & -Y_t/3 & 2Y_t/3 \end{bmatrix} \quad (pu)$$

**3.4 Resumen de Conexiones**

**3.4.1 En PU**

Este procedimiento se puede aplicar a cualquier conexión y se obtiene según [2]:

Conexión		Admitancia propia		Admitancia mutua	
Primario	Secundario	Yp	Ys	Yps	Ysp
Y aterriz.	Y aterriz.	YI	YI	-YI	-YI
Y aterriz.	Y	YII	YII	-YII	-YII
Y aterriz.	Delta	YI	YII	YIII	(YIII) <sup>t</sup>
Y	Y aterriz.	YII	YII	-YII	-YII
Y	Y	YII	YII	-YII	-YII
Y	Delta	YII	YII	YIII	(YIII) <sup>t</sup>
Delta	Y aterriz.	YII	YI	(YIII) <sup>t</sup>	YIII
Delta	Y	YII	YII	(YIII) <sup>t</sup>	YIII
Delta	Delta	YII	YII	-YII	-YII

Tabla 1. Resumen de conexiones según [2]. **En PU**

Donde:

$$YI = \begin{bmatrix} Y_t & 0 & 0 \\ 0 & Y_t & 0 \\ 0 & 0 & Y_t \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$YII = 1/3 \begin{bmatrix} 2Y_t & -Y_t & -Y_t \\ -Y_t & 2Y_t & -Y_t \\ -Y_t & -Y_t & 2Y_t \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$YIII = 1/\sqrt{3} \begin{bmatrix} -Y_t & Y_t & 0 \\ 0 & -Y_t & Y_t \\ Y_t & 0 & -Y_t \end{bmatrix} \quad (18)$$

Con Yt en pu.

La tabla 1 se puede complementar con la hora básica que se muestra en la tabla 2.

**Nota:** En los transformadores construidos bajo la norma ANSI de los 30 grados, los transformadores Dy o Yd elevadores son hora 11 y los transformadores Dy y Yd reductores son hora 1. En consecuencia se deberán corregir los transformadores Dy reductores y los Yd elevadores que no coinciden con la hora base y adecuarlos según se establece en el numeral 3.6

**3. 4.2 En Siemens**

El resumen se describe en la Tabla 2, se incluye la hora del transformador, la cual es básica para generalizaciones a otras horas diferentes.

Conex.	Yp	Ys	Yps	Ysp	Hora
Yg Yg.	YI	YI*a <sup>2</sup>	-YI*a	-YI*a	0
Yg. Y	YII	YII*a <sup>2</sup>	-YII*a	-YII*a	0
Yg. Delta	YI	3*YII*a <sup>2</sup>	$\sqrt{3}$ *YIII*a	$\sqrt{3}$ * (YIII)*a	1
Yyg	YII	YII*a <sup>2</sup>	-YII*a	-YII*a	0
YY	YII	YII*a <sup>2</sup>	-YII*a	-YII*a	0
Ydelta	YII	3*YII*a <sup>2</sup>	$\sqrt{3}$ *YIII*a	$\sqrt{3}$ (YIII) <sup>t</sup> *a	1
DeltaYg	3*YII	YI*a <sup>2</sup>	$\sqrt{3}$ * (YIII) <sup>t</sup> *a	$\sqrt{3}$ *YIII*a	11
DeltaY	3*YII	YII*a <sup>2</sup>	$\sqrt{3}$ * (YIII) <sup>t</sup> *a	$\sqrt{3}$ *YIII*a	11
DeltaDelt	3*YII	3*YII*a <sup>2</sup>	3*(-YII)*a	3*(-YII)*a	0

Tabla 2. Resumen de conexiones en Siemens. Donde el subíndice g se refiere a ground: aterrizado.

Donde las submatrices YI, YII y YIII son iguales a las expresiones (16), (17) y (18) solo que Yt está ahora en Siemens y no en PU como antes.

Nota. Observe que en Gral  $[Y_{sp}] = [Y_{ps}]'$   
 En el caso de YI y YII,  $[YI]' = [YI]$  y  $[YIII]' = [YII]$ , por ello en algunos casos:  
 $[Y_{sp}] = [Y_{ps}]$

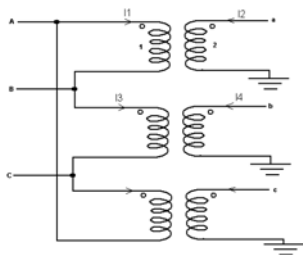


Figura 3. Transformador Dy11

**3.5 Hora Básica.** Obsérvese que las horas básicas para los transformadores Yd y Dy se dan quizás pensando en la facilidad en que sobre el papel se realizan dichas conexiones, La Y se realiza uniendo los puntos inferiores a tierra y la delta, se realiza de arriba hacia abajo uniendo final con principio. El resultado de esto es que el transformador Yd de la figura 2 es de hora 1, mientras que el transformador de la figura 3 es un Dy11. Adicionalmente es para las conexiones mostradas en las figuras 2 y 3 que se cumplen las matrices Ybus de las Tablas 1 y 2. Para las conexiones Yy o Dd es claro que la conexión más “fácil” de realizar es la hora 0.

$$[Y_{sp}]_{bus} = [Y_{ps}]'_{bus} \text{ SIEMPRE}$$

**3.6 Incidencia de la hora del transformador**

La hora del transformador se puede incluir en el modelamiento de los transformadores de 2 maneras:

- a. Se toma la hora particular bajo estudio desde el inicio, para ella se construye la matriz de conexión N y finalmente se aplica la definición para Y bus como se realizó en el numeral 3.1 y 3.2.
- b. Se aprovecha el cuadro resumen de conexiones dado en la tabla 2. Partiendo de la hora básica dada, con métodos adecuados, y del conocimiento de grupos, horas y forma da cambiar de hora, se puede llegar a cualquier hora. Se ilustra a continuación la metodología propuesta para lograrlo.

Las siguientes conclusiones se obtienen de la observación de lo que ocurre en la matriz Ybus al aplicar el método:  
 $Y_{bus} = N^t Y_{prim} N$ , a cada una de las conexiones IEC, descontando las conexiones que tienen zigzag.

A nivel de la Y bus:

Las Submatrices Ypp y Yss no se cambian al cambiar la hora.  
 Ysp es la transpuesta de Yps, por ello basta concretarnos en ver como cambia Yps.

**Variación de Yps:** Partiendo de la hora básica

Recordando los grupos

- I: horas 0 – 4 – 8 y como hora superior a la 8 vuelve a ser 0.
- II: horas 2 – 6 y 10 y como hora superior a la 10 se toma la 2
- III: horas 1 – 5 – 9 y cíclicamente sigue 1 de nuevo
- IV: horas 3 – 7 y 11 y de nuevo 3.

Partiendo de la hora básica, se llega a obtener Yps de una hora superior dentro del mismo grupo haciendo una rotación de filas hacia abajo (la primera fila se vuelve segunda, la segunda tercera y la tercera se vuelve primera fila), si se desea además otra hora superior repita el proceso con la matriz nueva como base.

Para cambiar de grupo, se obtiene primero la Yps de la conexión que está 6 horas por encima de la base y es la negativa de la Yps básica, es decir:

- Para las conexiones: Yy ó Dd (cuya hora base es 0), se obtiene la Yps de la hora 6:  $Y_{ps6} = -Y_{ps0}$ .
- Para la conexión Yd (cuya hora base es 1), se obtiene la Yps de la hora 7:  $Y_{ps7} = -Y_{ps1}$ .
- Para la conexión Dy, con hora básica 11, se obtiene la Yps de la hora 5:  $Y_{ps5} = -Y_{ps11}$ .

Una vez se esté en ese otro grupo para obtener una hora superior efectúa la rotación hacia abajo que se mencionó anteriormente.

**3.7 Incidencia de taps en Modelamiento de Transformadores Trifásicos**

Un transformador trifásico se modela en términos de submatrices y con taps en su posición nominal, de la siguiente manera:

$$[Y_{bus}] = \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{ps} \\ Y_{sp} & Y_{ss} \end{bmatrix}$$

Donde:

- Ypp: submatriz correspondiente al primario.
- Yss: submatriz correspondiente al secundario.
- Yps y Ysp: submatrices de primario – secundario y secundario – primario respectivamente.

Se puede demostrar que ante taps diferentes al nominal la nueva matriz Y es:

$$[Y_{bus}] = \begin{bmatrix} Y_{pp}/\alpha^2 & Y_{ps}/\alpha\beta \\ Y_{sp}/\alpha\beta & Y_{ss}/\beta^2 \end{bmatrix} \tag{19}$$

Veamos:

En el transformador monofásico se estableció como se afectaba la  $Y_{primitiva}$  al variar taps. Conformemos ahora la matriz primitiva de los 3 transformadores.

$$[Y_{primitiva}] = \begin{bmatrix} y/\alpha^2 & -ay/\alpha\beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -ay/\alpha\beta & a^2y/\beta^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & y/\alpha^2 & -ay/\alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -ay/\alpha\beta & a^2y/\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & y/\alpha^2 & -ay/\alpha\beta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -ay/\alpha\beta & a^2y/\beta^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Reordenando primero los primarios y luego los secundarios la nueva matriz  $Y$  primitiva queda:

$$[Y_{primitiva}] = \begin{bmatrix} y/\alpha^2 & 0 & 0 & -ay/\alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & y/\alpha^2 & 0 & 0 & -ay/\alpha\beta & 0 \\ 0 & 0 & y/\alpha^2 & 0 & 0 & -ay/\alpha\beta \\ -ay/\alpha\beta & 0 & 0 & a^2y/\beta^2 & 0 & 0 \\ 0 & -ay/\alpha\beta & 0 & 0 & a^2y/\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & -ay/\alpha\beta & 0 & 0 & a^2y/\beta^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Las submatrices  $Y_{pp}$ ,  $Y_{ps}$ ,  $Y_{sp}$  y  $Y_{ss}$  primitivas de (21) son todas diagonales.

$$[Y_{primitiva}] = \begin{bmatrix} y/\alpha^2 [I] & -ay/\alpha\beta [I] \\ -ay/\alpha\beta [I] & a^2y/\beta^2 [I] \end{bmatrix} \quad (22)$$

Para todas las horas.

La matriz de conexión tiene la forma:

$$[N] = \begin{bmatrix} [N_{pp}] & [0] \\ [0] & [N_{ss}] \end{bmatrix} \quad (23)$$

Al aplicar:  $Y_{bus} = N' Y_{primitiva} N$ , se obtiene:

$$[Y_{bus}] = \begin{bmatrix} y/\alpha^2 [N_{pp}] [N_{pp}] & -ay/\alpha\beta [N_{pp}] [N_{ss}] \\ -ay/\alpha\beta [N_{ss}] [N_{pp}] & a^2y/\beta^2 [N_{ss}] [N_{ss}] \end{bmatrix} \quad (24)$$

Obsérvese que la matriz  $Y_{pp}$  bus queda dividida entre  $\alpha^2$ ; la submatrices de barras:  $Y_{ps}$  y  $Y_{sp}$  se dividen entre  $\alpha\beta$  y la submatriz  $Y_{ss}$  bus se divide entre  $\beta^2$ .

Lo anterior es válido en variables reales o en pu.

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha presentado una metodología que permite con el mínimo de datos posibles (una prueba de cortocircuito), modelar transformadores trifásicos, a partir de un banco de transformadores monofásicos. La utilización de dichos modelos deberá realizarse adecuadamente, con

algoritmos apropiados que eviten las singularidades que se presentan a nivel de las submatrices  $Y_{II}$  y  $Y_{III}$  y en algunas conexiones, caso:  $Y_g - Y_g$ , en el cual se emplea la submatriz  $Y_I$  la cual si tiene inversa, sin embargo en forma global la matriz admitancia de barras es singular. Etc, etc

#### 5. BIBLIOGRAFÍA

[1] CHEN, T,H; CHANG, J.D. Open wye – open delta and open delta – open delta transformer models for rigorous distribution system analysis. IEE Proceedings – c, Vol 139, No 3 May 1992.

[2] CHENG, Tsai – Hsiang; CHEN, Mo – Shing, KOTAS, Paul; CHEBLI, Elie A. Three – phase cogenerator and transformer models for distribution system analysis. IEEE Transaction on Power Delivery, Vol 6, No 4, Octubre 1991.

[3] GALLEGO, Ramón; RODAS, Darío. Estudio de Modelos Matemáticos de Transformadores de Distribución. Seminario Nacional de Actualización en Transformadores. Aciem – Utp. Pereira 1994

[4] GÖNEN , Turan, "Electric power distribution system engineering", McGraw Hill, 1.986.

[5] GORMAN, Michael J.GRAINGER, Jhon J. "Transformer Modelling for Distribution System Studies, Part I: Linear Modelling Basics, Part II: Addition of Models to Ybus and Zbus", Electric Power Research Center, North Carolina, July 1991.

[6] GRAINGER, John J; STEVENSON JR, William D. Análisis de Sistemas de Potencia. Edit. M<sup>c</sup> Graw – Hill. 1995.

[7] KRAUSE, Paul C. Analysis Of Electric Machinery. Edit. M<sup>c</sup> Graw – Hill