

ENGRANAJES NO CIRCULARES: APLICACIONES, DISEÑO Y MANUFACTURA

RESUMEN

En este artículo se expone una reseña sobre los métodos de diseño y manufactura de los engranajes no circulares. Se estudian las diferentes propuestas para la generación de los perfiles de los dientes. Se presentan los métodos tradicionales de manufactura y las tendencias actuales así como sus aplicaciones tanto tradicionales como de nuevo desarrollo.

PALABRAS CLAVES: Engranajes no circulares, diseño, manufactura, aplicaciones.

ABSTRACT

A review of both design methods and manufacture processes of noncircular gears are presented in this paper. New tooth profile generation methods are described here. Traditional and current manufacture processes are mentioned as well as their both classical and modern applications.

KEYWORDS: *Noncircular gears, application, design, manufacture processes.*

HÉCTOR FABIO QUINTERO R

Ingeniero Mecánico, M. Sc.
Profesor Asistente
Universidad Tecnológica de Pereira
Estudiante de Doctorado
Universitat Politècnica de Catalunya
hquinte@utp.edu.co

SALVADOR CARDONA I FOIX

Ingeniero Industrial, Dr.
Profesor Catedrático
Universitat Politècnica de Catalunya
salvador.cardona@upc.es

LLUÏSA JORDI NEBOT

Licenciada en Ciencias Físicas, Dra.
Profesor Titular
Universitat Politècnica de Catalunya
lluisa.jordi@upc.es

1. INTRODUCCIÓN

No se conoce el origen de la utilización de ruedas dentadas como un generador de función, aunque algunos autores citan que Leonardo da Vinci ilustraba el uso de engranajes no circulares para controlar la tensión en las ballestas. Los primeros métodos de manufactura por generación aproximaban la curva primitiva, en torno al punto de tangencia, con una circunferencia y procedían a realizar el proceso de corte igual al de un engranaje circular. Usualmente este método de generar los dientes era poco preciso, los perfiles de los dientes no eran conjugados y solo podían utilizarse en operaciones de baja velocidad. La poca aplicación, hasta hace pocos años, de los engranajes no circulares se debe tanto a que los diseñadores no habían reconocido su potencial de utilización como elementos en un mecanismo como a la escasez de fabricantes con capacidad de cortar los dientes dentro del proceso de manufactura de los engranajes. El poco éxito de la utilización de los engranajes no circulares también se puede atribuir a la gran cantidad de cálculos para un diseño exacto y una manufactura apropiada.

En el presente trabajo se resaltan algunos ejemplos de utilización de los engranajes no circulares como elementos dentro de un mecanismo; se presentan los conceptos básicos para el diseño de las curvas primitivas conjugadas; se describen brevemente los conceptos utilizados en los principales métodos de diseño para la generación del perfil del diente desarrollados hasta el momento y se describen los métodos de manufactura propuestos inicialmente así como los nuevos métodos desarrollados.

2. APLICACIONES

Los ejemplos típicos de aplicaciones de engranajes no circulares son: i) mecanismo para la generación de una función y ii) etapa de entrada de un mecanismo más complejo.

Aunque se utilizan mecanismos de eslabonamientos para las aplicaciones que requieran movimiento irregular, los engranajes no circulares presentan la ventaja de tener una transmisión precisa, definida de manera continua, ser de tamaño compacto y pueden ser balanceados fácilmente.

Comúnmente se utilizan engranajes elípticos en máquinas automáticas, máquinas empaquetadoras, mecanismos de retorno rápido, bombas y medidoras de caudal, ver figura 1. Se utilizan engranajes en forma oval en el medidor Bopp y Reuter, instrumento para medir el caudal de descarga en un proceso.

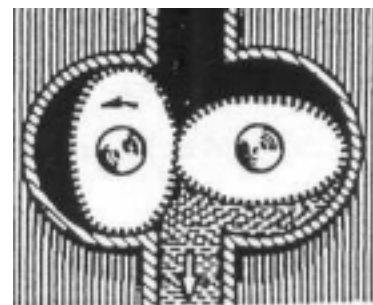


Figura 1. Medidor de caudal. [1]

En la figura 2 se presenta un engranaje no circular utilizado para transformar la rotación entre ejes paralelos para un ciclo que excede una revolución del engranaje.

Los engranajes realizan, durante el ciclo, un movimiento translacional axial adicional al movimiento de rotación.

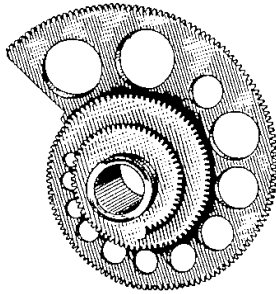


Figura 2. Engranaje para transmisión de movimiento axial y giratorio. [1]

Un número creciente de aplicaciones de procesos de forja, que demandan precisión, en la industria automotriz es limitado por las máquinas de forja convencionales ya que éstas no son lo suficientemente rápidas para ser utilizadas en los procesos de forja en caliente. Doege [2] cita un diseño numérico de un engranaje no circular para ser utilizado en el mecanismo conductor de una prensa para garantizar un menor tiempo en el ciclo de alta presión y, por lo tanto, una menor carga térmica de la herramienta. La figura 3 presenta la comparación entre la cinemática optimizada del diseño desarrollado comparada con la cinemática de una prensa tradicional. Ambas prensas tienen un ciclo de operación de 1s. La aplicación del nuevo mecanismo permite reducir el tiempo de alta presión, mientras que las prensas tradicionales requieren un tiempo de 75 ms, el nuevo concepto de prensa utilizando engranajes no circulares disminuye el tiempo a 39 ms. Esto produce un mejor comportamiento en la curva de temperatura con lo cual se puede tener mejor calidad de la pieza y conservar en buen estado las matrices y las herramientas de corte.

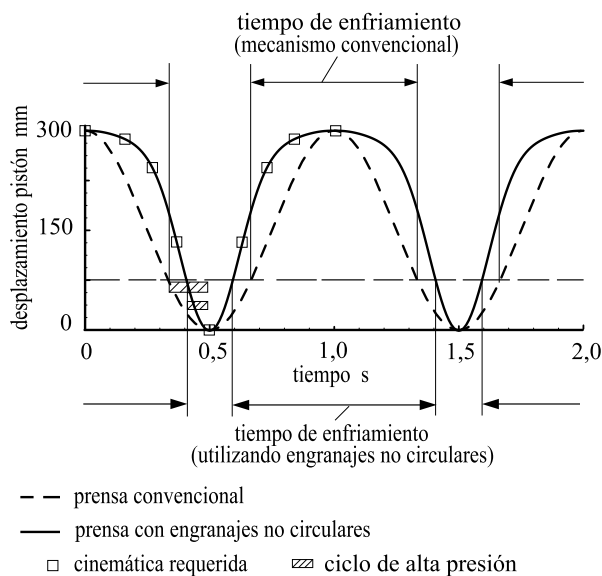


Figura 3. Optimización cinemática de una prensa utilizando engranajes no circulares. [2]

Dooner [3] realiza el estudio de los engranajes no circulares como elementos que permiten reducir las fluctuaciones del par motor. Generalmente se realiza un montaje de un volante en un eje que experimenta grandes fluctuaciones del par motor; el tamaño del volante depende de la variación permisible en la velocidad del eje. El diseño del engranaje no circular depende de la variación de la energía cinética en el eje ya que se utiliza la forma de las fluctuaciones del par indeseado para diseñar el engranaje no circular. Las fluctuaciones del par indeseado y las fluctuaciones de par debido a los engranajes no circulares se suman para reducir la fluctuación neta resultante. En la figura 4 se presenta el montaje para un mecanismo que requiere ser balanceado.

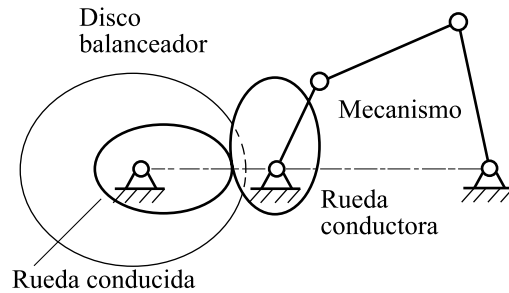


Figura 4. Mecanismo balanceador con engranajes no circulares. [4]

Yao [4] aplica engranajes no circulares para balancear mecanismos de cinco eslabones, donde reemplaza los engranajes circulares por engranajes no circulares. En su trabajo, Yao propone dos etapas en su diseño: una síntesis del mecanismo y una síntesis de la función de transmisión de los engranajes. En la figura 5 se observa la disminución de las fluctuaciones del par al utilizar engranajes no circulares en un mecanismo de cinco eslabones.

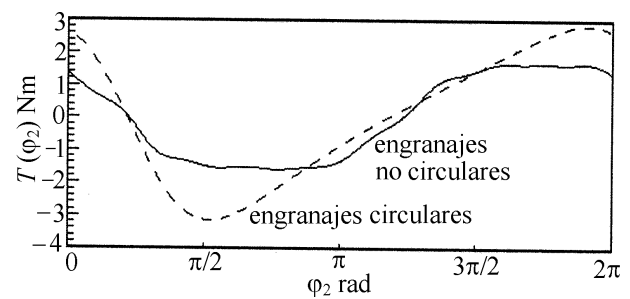


Figura 5. Disminución de la fluctuación del par usando engranajes no circulares. [4]

Los engranajes no circulares tienen aplicación dentro de las actuales exigencias de los procesos de conformado de metales. Voelkner [5] presenta como mejora dentro del proceso de manufactura el uso de los engranajes no circulares en el mecanismo conductor, ya que se puede definir una función del desplazamiento del punzón de una prensa en función del tiempo dependiendo de las características particulares del proceso, ver figura 6. Así

se puede obtener una prensa mecánica sin la complejidad de procesos de control.

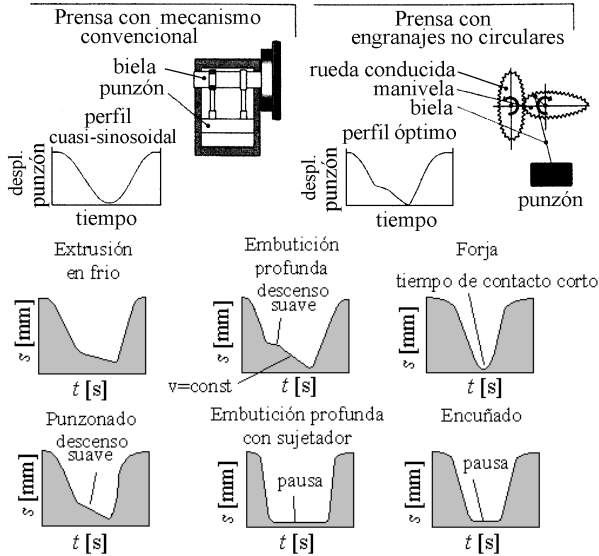


Figura 6. Ventajas de las prensas mecánicas con engranajes no circulares. [5]

Existen trabajos donde se propone la utilización de engranajes no circulares en el mecanismo de la dirección de los automóviles. Dooner [6] propone un mecanismo de ocho eslabones como alternativa. Los engranajes no circulares son utilizados para regular los desplazamientos relativos de dos eslabones extremos del mecanismo que soportan las llantas. En la figura 7 se presenta el mecanismo propuesto en este trabajo.

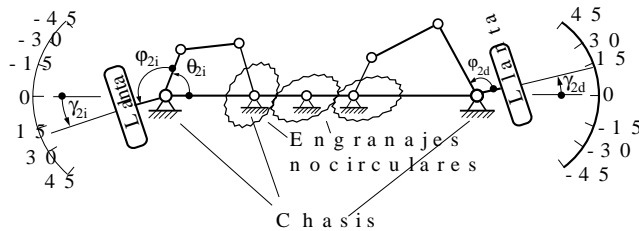


Figura 7. Aplicación en la dirección de un automóvil. [6]

3. CONCEPTOS BÁSICOS

Los engranajes no circulares relacionan la rotación de ejes paralelos según una relación de transmisión variable, τ :

$$\tau(\varphi_1) = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (1)$$

φ_1 es la posición angular de la rueda conductora; ω_1 y ω_2 son las velocidades angulares de la rueda conductora y conducida respectivamente.

Se define la ley de desplazamiento, $f(\varphi_1)$, como la función que relaciona la posición angular, φ_2 , de la rueda conducida con la posición angular, φ_1 , de la rueda conductora:

$$\varphi_2 = f(\varphi_1) \quad (2)$$

La distancia entre los ejes de rotación es constante. En la figura 8, se presenta la nomenclatura utilizada para la generación de las curvas primitivas. Se definen los sistemas de referencia $(O_1X_1Y_1)$ fijo a la rueda 1 y $(O_2X_2Y_2)$ fijo a la rueda 2.

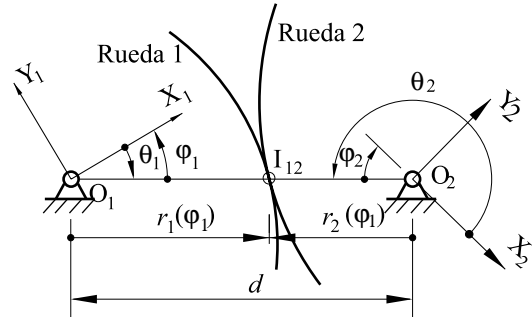


Figura 8. Sistema de referencia de los engranajes.

Si se desea que los periodos de la rueda conducida y conductora sean iguales, se debe cumplir la siguiente relación:

$$f(2\pi) = 2\pi \quad (3)$$

Definiendo $r_1(\varphi_1)$ y $r_2(\varphi_1)$ como los radios de las curvas primitivas para las ruedas 1 y 2, respectivamente y d como la distancia entre centros, se cumple:

$$r_1 + r_2 = d \quad (4)$$

El vector de posición del centro instantáneo de rotación, I_{12} , definido en cada uno de los sistemas de referencia es:

Rueda 1,

$$O_1 I_{12} = \begin{Bmatrix} r_1 \cos(-\varphi_1) \\ r_1 \sin(-\varphi_1) \end{Bmatrix} = r_1 e^{-\varphi_1 j} = r_1 \quad (5)$$

Rueda 2,

$$O_2 I_{12} = \begin{Bmatrix} r_2 \cos(\pi + \varphi_2) \\ r_2 \sin(\pi + \varphi_2) \end{Bmatrix} = r_2 e^{(\pi + \varphi_2) j} = r_2 \quad (6)$$

El perfil de la rueda conductora, expresado en el sistema coordenado $(O_1X_1Y_1)$, viene dado por la siguiente expresión:

$$r_1 = r_1(\varphi_1) e^{\theta_1(\varphi_1) j}, \text{ con } \theta_1(\varphi_1) = -\varphi_1 \quad (7)$$

El perfil de la rueda conducida, expresado en el sistema coordenado $(O_2X_2Y_2)$, viene dado por:

$$r_2 = r_2(\varphi_1) e^{\theta_2(\varphi_1) j}, \text{ con } \theta_2(\varphi_1) = \pi + f(\varphi_1) \quad (8)$$

La relación entre los radios se puede obtener a partir de la relación de transmisión. La derivada respecto al tiempo de la ley de desplazamiento es:

$$\frac{d}{dt} f(\varphi_1) = \frac{df(\varphi_1)}{d\varphi_1} \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 \quad (9)$$

De la ecuación 1:

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = f'(\varphi_1) = \frac{\dot{\varphi}_2}{\dot{\varphi}_1} = \frac{r_1}{r_2} \quad (10)$$

Siendo:

$$f'(\varphi_1) = \frac{df(\varphi_1)}{d\varphi_1} \quad (11)$$

Los radios de las curvas primitivas se calculan a partir de las ecuaciones 4 y 10, a partir de las cuales se obtiene:

$$r_1(\varphi_1) = \frac{f'(\varphi_1)}{1 + f'(\varphi_1)} \cdot d \quad (12)$$

$$r_2(\varphi_1) = \frac{1}{1 + f'(\varphi_1)} \cdot d \quad (13)$$

4. DISEÑO DEL PERFIL DEL DIENTE

Kuczewski [7] hizo una propuesta para el diseño de dos engranajes elípticos. En su estudio, el autor propone utilizar dos ruedas conjugadas idénticas. La ecuación de las curvas primitivas de las ruedas elípticas es:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (15)$$

Donde a y b son los semiejes de la elipse. Las ruedas giran alrededor de sus focos, F_1 y F_1' . Cuando la rueda izquierda gira β_1 , la rueda derecha gira el ángulo conjugado β_2 , figura 9.

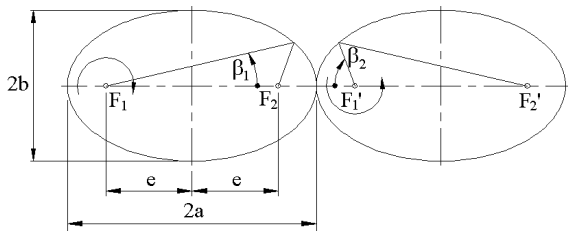


Figura 9. Movimientos conjugados. [7]

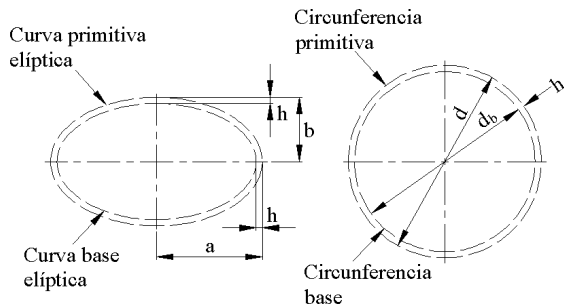


Figura 10. Rueda equivalente. [7]

En su trabajo, Kuczewski propuso un diseño basado en la idea de generar un perfil de evolvente desde una curva base elíptica. Para encontrar la curva base y superar el inconveniente del ángulo de presión variable, creó una

rueda circular, de diámetro d , con igual perímetro que la rueda elíptica:

$$(a + b)\pi = \pi d \quad (16)$$

A continuación, calculó la distancia entre las curvas primitiva y base:

$$h = \frac{d - d_b}{2} \quad (17)$$

Para determinar la curva base, restó la distancia h a los semiejes, a y b , de la curva primitiva elíptica. El perfil del diente se crea generando una evolvente a partir de la curva base elíptica resultante. En la figura 10 se representa la curva base elíptica que resulta de estos procedimientos.

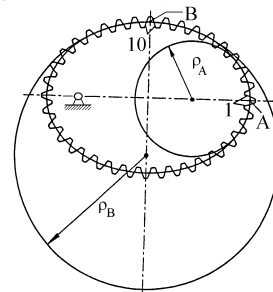


Figura 11. Representación local de un engranaje no circular por el engranaje circular respectivo. [1]

Bloomfield [8] consideró el caso de obtener una rueda dentada dividiendo la curva primitiva en segmentos con radio de curvatura aproximadamente constante. El diente en cada segmento se corta separadamente como si fuera una porción de un engranaje circular con diferentes diámetros. En la figura 11 se presenta este procedimiento para los dientes 1 y 10, cortados como si pertenecieran a una rueda circular con radios ρ_A y ρ_B respectivamente.

Litvin [1] realizó una extensión de la teoría de la generación del perfil del diente por curvas de evolvente. En su obra, Litvin presenta un estudio profundo de la teoría de engrane. Un gran aporte de este trabajo es el estudio de las condiciones en que se generan puntos singulares sobre el perfil del diente en el proceso de generación. Litvin centra su estudio en el análisis de las velocidades relativas y la ecuación de engrane entre la rueda y la cremallera. Los puntos singulares aparecen cuando la velocidad de deslizamiento es cero.

Chang [9] profundizó el trabajo de Litvin en la manufactura por corte con cremallera de una rueda elíptica. La cremallera tiene un perfil estándar de acuerdo a la norma AGMA 201.02 (1974). En su trabajo, incluye el filete del pie del diente y la holgura entre los dientes en la curva primitiva. Chang utiliza el estudio de Litvin sobre la aparición de puntos singulares en el perfil del diente para limitar los parámetros de la cremallera. El autor considera el proceso de manufactura como un proceso en que se presenta un movimiento de rodadura pura de la cremallera sobre la curva primitiva elíptica. En

la figura 12 se presenta el mecanismo generador del diente.

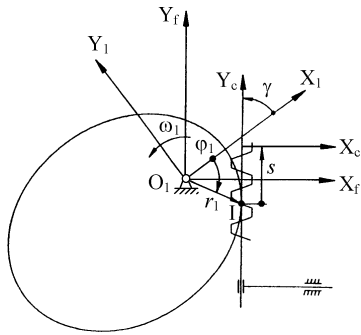


Figura 12. Mecanismo generador del diente. [9]

Chang [10] investigó el caso de generar los engranajes no circulares utilizando como herramienta una fresa de forma, con el fin de mecanizar aquellos engranes que tienen curvas primitivas con formas cóncavas y convexas donde el mecanizado por cremallera es limitado. Chang propone un modelo matemático para obtener el perfil donde considera, simultáneamente, las trayectorias de la herramienta de corte representado en el sistema coordenado de la rueda y la ecuación de los perfiles conjugados.

La mayor parte de estos trabajos parten de una forma geométrica de la curva primitiva, con lo cual no se puede garantizar la obtención de una función de transferencia requerida. Es posible obtener los engranajes no circulares que produzcan una ley de desplazamiento, f , que permita generar alguna función de forma continua y exacta o cumplir como etapa conductora de un mecanismo complejo que demanden una cinemática de precisión, sin necesidad de mecanismos complejos de control.

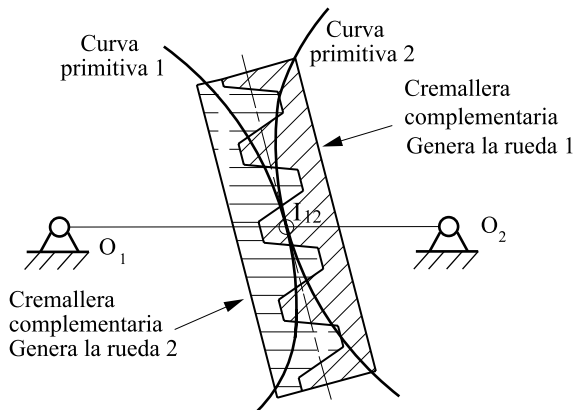


Figura 13. Cremalleras complementarias.

Cardona [11] ha utilizado la coordenada angular de la rueda conductora como coordenada independiente para elaborar un procedimiento analítico que genere las curvas primitivas y los perfiles de los dientes. En el proceso de diseño, el perfil del diente se genera a partir de dos cremalleras de dientes rectos conjugadas en las cuales el diente de una ocupa el espacio vacío de la otra, ver figura

13. Conceptualmente cada cremallera engrana con una rueda de tal manera que se mantiene la tangencia entre las cuatro curvas primitivas.

Danieli [12] presenta un trabajo en el mismo sentido, obtener los engranajes no circulares a partir de la relación de transmisión, τ . Él plantea la integración de la ecuación diferencial que describe la conjugación entre los dientes de los engranajes no circulares. El ángulo de presión para el proceso de generación es constante. El proceso tiene un algoritmo que determina el cambio de signo en la derivada del radio, punto en el cual se producen los puntos singulares del perfil del diente, para detener el proceso de generación.

Lozzi [13] obtuvo las características del engranaje no circular mediante un algoritmo computacional producto de una combinación de métodos numéricos y construcciones geométricas.

Bair [14] presenta un estudio donde diseña unos engranajes elípticos con pocos dientes para una bomba de aceite. En este trabajo se aplican la teoría de engranaje y la generación por cremallera. A diferencia del trabajo de Chang, estudia la utilización de un perfil de cremallera desplazado en el eje vertical. Bair analiza en sus estudios la generación de puntos singulares y mediante unas relaciones geométricas considera la condición en que se producen dientes en forma de punta.

5. MANUFACTURA

Inicialmente, los engranajes no circulares se generaban mediante aplicaciones de máquinas que simulaban el engrane de la rueda no circular con la herramienta. Un método tradicional de fabricación consiste en la utilización de fresas modificadas [15]. También se ha utilizado un sistema rueda maestra y seguidor para sincronizar la herramienta respecto al disco, ver figura 14. La principal dificultad de este proceso fue la necesidad de manufacturar ruedas maestras no circulares. Un método de generación de ruedas no circulares que no necesita la aplicación de ruedas maestras, se obtiene por máquinas CNC.

Kuczewski [7] realizó la manufactura de las ruedas elípticas en un sistema convencional CAD/CAM. Sin embargo, él hizo énfasis en utilizar una cortadora de hilo CNC cuando se tienen formas irregulares de engranajes. Este método puede ser aplicado para pequeñas cantidades debido al tiempo de operación. Para producción continua, propone fabricar una matriz en la máquina CNC para el proceso de conformado de metalurgia de polvo. También recomienda utilizar la fabricación por inyección para engranajes plásticos.

Danieli [12] fabricó sus engranajes no circulares en una fresadora CNC. Cardona [11] realizó la manufactura de unos engranajes no circulares, cuya ley de

desplazamiento es dada por una función de Bézier, en un centro de mecanizado CNC, ver figura 15.

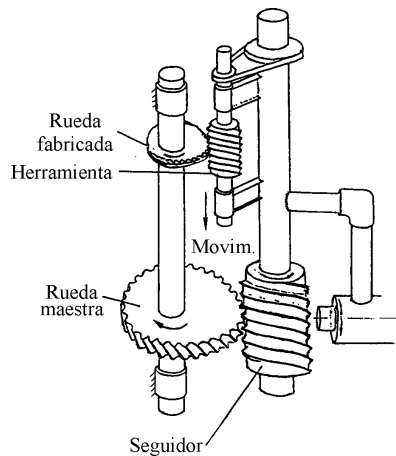


Figura 14. Fabricación de engranajes no circulares usando un sistema rueda maestra seguidor. [15]



Figura 15. Ruedas mecanizadas por CNC. [11]

Otra alternativa utilizada es el proceso de electroerosión así como la estereolitografía y la fundición [15].

6. CONCLUSIONES

Existen nuevas aplicaciones para las ruedas no circulares que surgen tanto del desarrollo de la teoría del diseño del perfil del diente como de la aplicación de nuevos procesos de manufactura y adaptación de antiguos procesos que permiten obtener el perfil deseado con precisión. El desarrollo de herramientas de computo más potentes ha permitido superar la gran cantidad de cálculos necesarios para su diseño, mientras que el desarrollo del CNC permitió su fabricación.

Los mecanismos de eslabones articulados solo disponen de un número limitado de parámetros ajustables para definir la ley de desplazamiento, por ello sólo pueden definirse un número finito de puntos de precisión de esta ley. La posibilidad de definir de manera continua la curva primitiva en los engranajes no circulares permite una mayor libertad en la selección de la ley de desplazamiento. De esta forma se puede diseñar mecanismos con dicha ley totalmente adecuada a la tarea requerida.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] LITVIN, F. L. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice Hall. Nueva York: 1994.
- [2] DOEGE, E; MEINEN, J; NEUMAIER, T; SCHAPRIAN, M. Numerical Design of a New Forging Press Drive Incorporating Noncircular Gears. Proc of the Inst. of Mech. Eng; London: 2001, pp 465 – 471.
- [3] DOONER, D. B. Use of Noncircular Gears to Reduce Torque and Speed Fluctuations in Rotating Shafts. J. of Mech. Design. Jun 1997, Vol. 119, pp 299 – 306.
- [4] YAO, Y A; YAN, S H. A new method for torque balancing of planar linkages using non-circular gears. Proc. of the Inst. of Mech. Eng; 2003, Vol 217, No 5; pp 495 – 503.
- [5] VOELKNER, W. Present and future developments of metal forming: selected examples. J of Materials Processing Technology, Vol 106, 2000, pp 236 – 242.
- [6] DOONER, D. B. Function generation utilizing an eight-link mechanism and optimized non-circular gear elements with application to automotive steering. Proc. of the Inst. of Mech. Eng. 2001, Vol 215, No 7, pp 847 – 857.
- [7] KUCZEWSKI, M. Designing Elliptical Gears. Machine Design. Apr 7, 1988, Vol. 60 No 7, pp 116 – 117.
- [8] BLOMMFIELD, B. Design guide when you need noncircular gears. Gear Design and Application (Ed N. P. Chironis), pp 158 –165. Mc Graw Hill. New York: 1967.
- [9] CHANG, S. L; TSAY, C. B; WU, L I. Mathematical Model and Undercutting Analysis of Elliptical Gears Generated by Rack Cutters. Mech. Mach Theory. 1996, Vol 31 No 7, pp 879 – 890.
- [10] CHANG, S. L; TSAY, C. B. Computerized Tooth Profile Generation and Undercut Analysis of Noncircular Gears Manufactured with Shaper Cutters. J. of Mech. Design. 1998, Vol 120, No 1, pp 92 – 99.
- [11] CARDONA F, S; JORDI, L. Aportación al estudio de los engranajes no circulares. VI Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Coimbra: Portugal, Octubre 2003.
- [12] DANIELI, G. A. Analytical Description of Meshing of Constant Pressure Angle Teeth Profiles on a Variable Radius Gear and its Applications. J. of Mech. Design. 2000, Vol 122, No 1, pp 123 – 128.
- [13] LOZZI, A. Non-circular gears-graphic generation of involutes and base outlines. J. of Mech. Eng. Science, Part C. 2000, Vol. 214, No 4, pp 411 – 422.
- [14] BAIR, B. W. Computer aided design of non-standard elliptical gear drives. J. of Mech. Eng. Science, Part C. 2002, Vol. 216, No 4, pp 473 – 484.
- [15] DOONER, D. B; SEIRING, A. The Kinematic Geometry of Gearing: A Concurrent Engineering Approach. John Wiley and Sons, Wiley Series in Design Engineering. New York: 1995.