

# Comparación de métodos para determinar los parámetros de Weibull para la generación de energía eólica

Comparison of methods for determining Weibull parameters for wind energy generation

Juan Carlos Serrano Rico

*Facultad de Ingeniería Mecánica, Universidad de Pamplona, Pamplona (Norte de Santander), Colombia*

*jcserrano@unipamplona.edu.co*

**Resumen**—En este artículo se analizan y comparan cinco métodos numéricos para el análisis de la efectividad en determinar los parámetros de la distribución de Weibull, usando datos de velocidad del viento registrados en la ciudad de Pamplona, en la región nororiental de Colombia, para el periodo comprendido entre enero de 2006 y noviembre de 2007, los registros fueron obtenidos por el Grupo de Investigaciones en Ingeniería Mecánica de la Universidad de Pamplona (GIMUP) y manejo de la base de datos por el grupo de Ciencias Computacionales. La efectividad de estos métodos se realiza usando la prueba de Chi-cuadrado, el método de análisis de varianza y raíz cuadrada del error cuadrático medio RMSE, observando que el método de los momentos presenta un mejor ajuste en la determinación de los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull. El objetivo de este trabajo es el desarrollar una metodología que permita establecer criterios para la utilización de energía eólica en la región, la cual tiene prominencia en el uso de fuentes renovables para la generación de energía eléctrica en Colombia.

**Palabras clave**— Distribución de Weibull, Parámetros de Weibull, Velocidad del viento, Energía Eólica

**Abstract**— This paper discusses and compares five numerical methods for assessment the effectiveness of determining the parameters of the Weibull distribution, using wind speed data recorded in Pamplona, in the northeastern region of Colombia, for the period between January 2006 and November 2007, the records were obtained by the Research group in Mechanical Engineering of the University of Pamplona (GIMUP) and management of the database by the group of Computer Science (CICOM) The effectiveness of these methods is carried out using the chi-square, analysis of variance and root mean square error RMSE, noting that the method of moments presents a better fit in the determination of the shape parameters and scale of the Weibull distribution. The objective of this work is to develop a methodology to establish criteria for the use of wind power in the region, which has prominence in the use of renewable sources for electricity generation in Colombia.

**Key Word** —Weibull distribution, Weibull parameters, Wind speed, Wind energy.

## I. INTRODUCCIÓN

Las reservas limitadas de combustibles fósiles y el uso producen un impacto negativo sobre el medio ambiente, lo que motiva a las organizaciones y a los gobiernos a encontrar tecnologías más eficientes y menos contaminantes para la generación de energía, como es el caso de las energías renovables. De las energías renovables, la energía eólica es la de más rápido crecimiento en los últimos años [1]. La capacidad instalada de energía eólica a nivel mundial es de 196530 MW, de la cual América Latina representa el 1,2% [2] y Colombia aporta tan sólo 19,5 MW [3]. Se estima que el potencial de energía eólica para Colombia es de 14 GW [4], aproximadamente igual a toda la capacidad instalada en las otras fuentes convencionales de generación de energía.

Conocer el régimen de vientos es de vital importancia para el desarrollo de proyectos de energía eólica, para lo cual es indispensable contar con series de tiempo de los registros de velocidad del viento. Con estos registros es necesario encontrar un modelo que describa de manera estadística el fenómeno. Dentro de las funciones de densidad, que pueden ser usadas para describir los registros de velocidad del viento, está la distribución de Weibull [5], [6], [7], [8], [9], [10].

## II. CONTENIDO

### A. Distribución de Weibull

Algunas ventajas de la función de Weibull [11] sobre otras funciones de densidad de probabilidad son: permitir estimaciones satisfactorias de la asimetría de la distribución de densidad de probabilidad; sí la función de Weibull para la distribución de velocidad del viento tiene un factor de forma, entonces la distribución de la velocidad al cubo también sigue la función de Weibull.

La función de Weibull es una función caracterizada por dos parámetros; uno de escala y otro de forma, el primero define cuán dispersa se encuentra la distribución mientras que el segundo define la forma de la distribución. La función densidad de probabilidad de Weibull [12], [13], [14] está dada por:

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (1)$$

y la función de distribución acumulada es

$$F(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{c}\right)^k\right] \quad (2)$$

donde  $v$  es la velocidad del viento en (m/s),  $c$  es el parámetro de escala con unidades de (m/s) y  $k$ , parámetro de forma, sin dimensiones.

1. Métodos para estimar los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull

Existen diferentes métodos [15], [16], [17] para determinar los parámetros de forma y escala, que pueden ser calculados por los siguientes métodos

#### Método 1. Máxima Probabilidad (MP).

En este método se utilizan iteraciones numéricas para determinar los parámetros de la distribución de Weibull y son determinados mediante las siguientes ecuaciones [18]:

$$k = \left( \frac{\sum_{i=1}^N v_i^k \ln(v_i)}{\sum_{i=1}^N v_i^k} - \frac{\sum_{i=1}^N \ln(v_i)}{N} \right)^{-1} \quad (3)$$

y

$$c = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^k \right)^{1/k} \quad (4)$$

Donde  $N$  representa el número de observaciones y  $v_i$  la velocidad del viento promedio registradas en ese intervalo de tiempo.

#### Método 2. Máxima Probabilidad Modificada (MPM)

Cuando los datos de velocidad del viento se encuentran en formato de distribución de frecuencia, los parámetros de

Weibull se pueden determinar mediante las expresiones [16]:

$$k = \left( \frac{\sum_{j=1}^N v_j^k \ln(v_j) P(v_j)}{\sum_{j=1}^N v_j^k P(v_j)} - \frac{\sum_{j=1}^N \ln(v_j) P(v_j)}{P(v \geq 0)} \right)^{-1} \quad (5)$$

y

$$c = \left( \frac{1}{P(v \geq 0)} \sum_{j=1}^n v_j^k P(v_j) \right)^{1/k} \quad (6)$$

Donde  $v_j$  es el valor central del intervalo  $j$  de velocidad del viento,  $P(v_j)$  es la frecuencia en la cual la velocidad del viento ocurre dentro del intervalo  $j$ .

Para estimar la distribución acumulada, [19] sugiere el método de orden estadístico; en el cual los  $N$  datos son ordenados en forma ascendente y la distribución acumulada para cada rango  $r$  es determinado por

$$P = r/(N + 1) \quad (7)$$

#### Método 3. Método de momentos (MM)

El primer momento y el segundo momento corregido de los dos parámetros de la distribución de Weibull son

$$E(v) = c \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (8)$$

$$\sigma^2 = c^2 \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right] \quad (9)$$

Además, conocidas la velocidad promedio,  $\bar{v}$ , y la desviación estándar de los datos,  $s$ ; el parámetro de forma,  $k$ , se puede determinar [20], [21] mediante iteración de:

$$\frac{s^2}{\bar{v}^2} = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)} \quad (10)$$

Y el parámetro de escala,  $c$ , puede ser calculado por

$$c = \frac{\bar{v}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} \tag{11}$$

*Método 4 Mínimos cuadrados o método gráfico*

El método gráfico utiliza mediante la función de distribución acumulada. En este método, los registros de velocidad del viento son interpolados por una línea recta usando el concepto de mínimos cuadrados. La ecuación (2) después de algunas operaciones matemáticas se puede escribir como [22]:

$$\ln[-\ln(1 - F(v))] = k \ln v - k \ln c \tag{12}$$

La ecuación (12) es básicamente la ecuación de una línea recta,  $y = ax + b$ . Graficando  $\ln[-\ln(1-F(v))]$  versus  $\ln(v)$  genera una línea recta con pendiente  $k$  con intersección con el eje  $y$ , en  $k \ln(c)$ .

*Método 5*

Un procedimiento desarrollado por [17] en el cual el parámetro de forma es determinado por la ecuación

$$k = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \left[ \frac{N(N-1)}{N \left( \sum_{i=1}^N \ln^2 v_i \right) - \left( \sum_{i=1}^N \ln v_i \right)^2} \right]^{0,5} \tag{13}$$

Donde  $N$  corresponde al número de observaciones y el parámetro de escala puede ser calculado mediante la ecuación (4)

**B. Análisis estadístico**

Chi-cuadrado, raíz cuadrada del error cuadrático medio RMSE (por sus siglas en Inglés, *Root Mean Square Error*) y el coeficiente de correlación múltiple al cuadrado  $R^2$  (análisis de varianza), son usados como criterio para determinar los valores de los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull que más se ajustan a los datos reales; los cuales pueden ser calculados por [23]:

$$\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}{N - n} \tag{14}$$

$$RMSE = \left[ \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2 \right]^{1/2} \tag{15}$$

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - z_i)^2 - \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - z_i)^2} \tag{16}$$

Donde  $y_i$  es el  $i$ -ésimo valor de la probabilidad de los datos reales,  $z_i$  es el valor promedio de los datos reales,  $x_i$  es el  $i$ -ésimo valor de los datos estimados con la distribución de Weibull,  $N$  es el número de observaciones y  $n$  es el número de constantes (dos para esta caso), [23]. Los mejores valores son lo que pueden ser seleccionados con base en el valor más alto de  $R^2$  y los valores más bajos de  $\chi^2$  y RMSE.

**C. Registros de velocidad del viento**

Los registros de velocidad del viento generalmente se encuentran en formato de series de tiempo, en el cual cada registro corresponde al valor instantáneo o al promedio de velocidad del viento en un periodo de tiempo como se muestra en la figura 1; es importante ver como la velocidad del viento aumenta con las primeras horas de la mañana, alcanzando el máximo cerca del medio día y decae con el inicio de la noche manteniéndose así por toda la noche.

En algunos casos, los registros de velocidad del viento se presentan en formato de distribución de frecuencia, figura 2. Los métodos descritos en la sección anterior son utilizados para determinar los parámetros de Weibull dados los registros de velocidad del viento en formato de series de tiempo o de distribución de frecuencia.

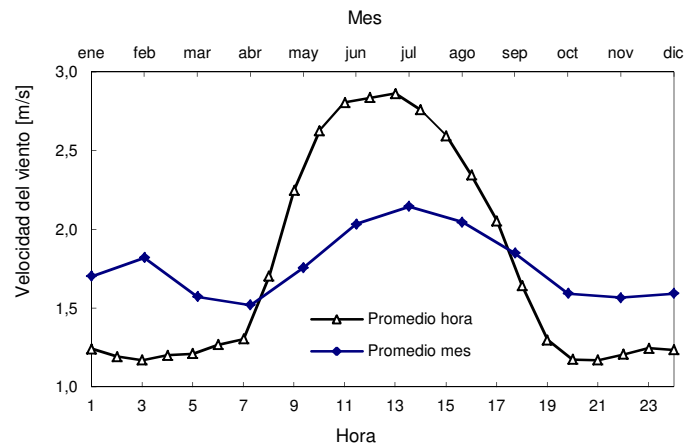


Figura 1. Promedio horario y diario de velocidad del viento, año 2006

Con el fin de estudiar los diferentes métodos utilizados para determinar los parámetros de la distribución de Weibull, se han tomado registros de la estación meteorológica de la Universidad de Pamplona ubicada en el Edificio Simón Bolívar, los registros corresponden a los años 2006 y 2007. La estación registra datos en tiempo real, promedia la velocidad del viento en intervalos de

diez minutos y con estos registros se calcula el promedio horario.

En la tabla 1, se tienen los datos de distribución de frecuencia, velocidad promedio y desviación estándar que serán utilizados para evaluar los parámetros de la distribución de Weibull.

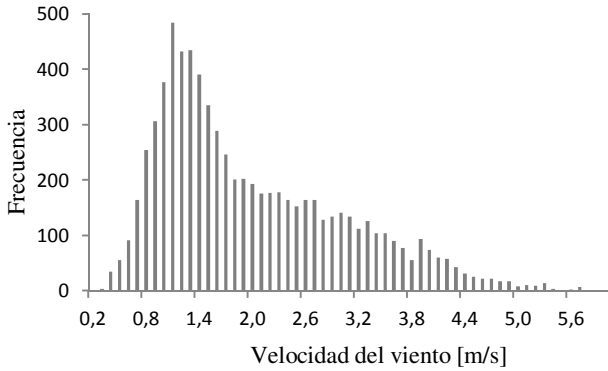


Figura 2. Distribución de frecuencia de velocidad del viento, año 2007

Velocidad del viento [m/s]	Frecuencia [%]	
	2006	2007
0 - 0,5	139	96
0,5 - 1,0	1883	1251
1,0 - 1,5	2532	2023
1,5 - 2,0	1163	1130
2,0 - 2,5	927	849
2,5 - 3,0	715	734
3,0 - 3,5	502	581
3,5 - 4,0	334	395
4,0 - 4,5	189	221
4,5 - 5,0	87	93
5,0 - 5,5	24	36
5,5 - 6,0	6	13
6,0 - 6,5	1	2
6,5 - 7,0	0	2
<b>Promedio [m/s]</b>	1,7670	1,9531
<b>Desviación estándar [m/s]</b>	0,9987	1,0580

Tabla1. Distribución de frecuencia de velocidad del viento

### III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

Las figuras 3 y 4 muestran la distribución de Weibull descrita mediante la función de densidad de probabilidad contra la velocidad del viento para los registros de los años 2006 y 2007 en Pamplona, según los cinco métodos propuestos. En la tabla 2 se muestran los valores calculados de los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull para cada uno de los métodos propuestos para el análisis.

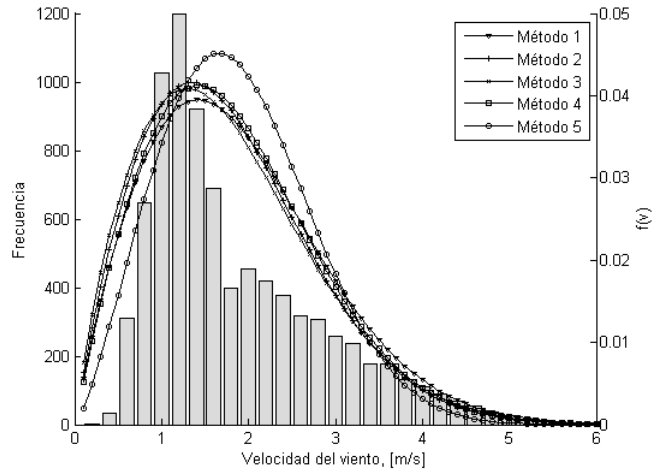


Figura 3. Distribución de Weibull, año 2006

Además, desde las figuras 3 y 4 es posible verificar cómo las curvas representan la función densidad de probabilidad de Weibull para cada uno de los cinco métodos numéricos considerados en el análisis, junto al histograma, dan una idea de cuál de los métodos se ajusta mejor a los registros de velocidad del viento.

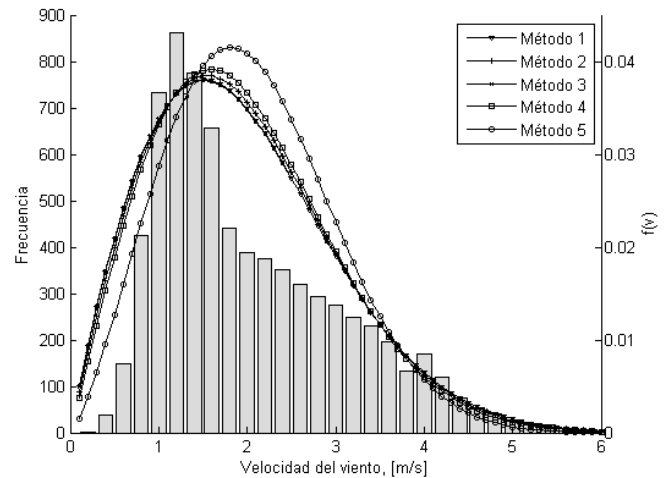


Figura 4. Distribución de Weibull, año 2007

Método/Parámetr	Año 2006		Año 2007	
	c (m/s)	k	c (m/s)	k
<b>Método 1 (MP)</b>	2.10650	1,90666	2.20274	1.92912
	3	5	0	1
<b>Método 2 (MPM)</b>	1.99873	1.90246	2.20760	1.97320
	8	8	7	3
<b>Método 3 (MM)</b>	1.98861	1.83391	2.20186	1.92234
	8	6	9	8

<b>Método 4 (Método Gráfico)</b>	2.05268	1.95965	2.21056	2.02998
	0	9	5	8
<b>Método 5</b>	2.11310	2.32303	2.30808	2.33726
	9	2	7	4

Tabla 2. Parámetros de la distribución de Weibull

Las tablas 3 y 4 muestran los resultados del análisis estadístico. Gráficamente se observa que los métodos que usan las iteraciones numéricas; por ejemplo, el de momentos, máxima probabilidad, máxima probabilidad modificada y el de los mínimos cuadrados, usados para determinar los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull presentan un mejor ajuste con el histograma de frecuencias de la velocidad del viento. Esto es claramente validado por el análisis estadístico, mostrado en la tablas 3 y 4; donde, para los cinco métodos y las tres pruebas utilizadas, el método de los momentos es el que presenta mejor ajuste en las tres pruebas y en los dos años utilizados para el análisis, seguido por el método de la máxima probabilidad modificada para el año 2006 y el método de la máxima probabilidad en 2007.

Método/Parámetro	$\chi^2$	RMSE	R <sup>2</sup>
<b>Método 1 (MP)</b>	0,002177	0,045890	0,998261
<b>Método 2 (MPM)</b>	0,001226	0,034432	0,999021
<b>Método 3 (MM)</b>	0,001104	0,032677	0,999118
<b>Método 4 (Método Gráfico)</b>	0,001717	0,040750	0,998629
<b>Método 5</b>	0,003878	0,061245	0,996903

Tabla 3. Análisis estadístico, año 2006

Método/Parámetro	$\chi^2$	RMSE	R <sup>2</sup>
<b>Método 1 (MP)</b>	0,000894	0,029390	0,999501
<b>Método 2 (MPM)</b>	0,000981	0,030801	0,999452
<b>Método 3 (MM)</b>	0,000882	0,029198	0,999507
<b>Método 4 (Método Gráfico)</b>	0,001117	0,032858	0,999376
<b>Método 5</b>	0,003102	0,054760	0,998267

Tabla 4. Análisis estadístico, año 2007

#### IV. CONCLUSIONES

Las siguientes conclusiones pueden deducirse del análisis anterior.

1. El método de los momentos es el que presenta mayor efectividad en determinar los parámetros de forma y escala de la distribución de Weibull que se ajustan a los registros de velocidad del viento en la ciudad de Pamplona.
2. Aunque el método de los momentos presenta el mejor ajuste, todos tienen estadísticamente un desempeño similar. El método a usar en la determinación de los parámetros de Weibull va depender de los datos que se tengan en el momento de realizar el análisis estadístico.
3. Los métodos numéricos que usan iteraciones matemáticas para determinar los parámetros de forma y escala presentan mejor ajuste a la distribución de Weibull. Además, pueden ser usados cuando una mayor precisión es requerida.
4. El parámetro de forma , *k*, de la distribución de Weibull tiene un valor cercano a 2 para los años utilizados en el análisis, lo cual permitiría utilizar la función de Rayleigh (función utilizada en estudios de energía eólica) con una buena aproximación.
5. El presente estudio está enmarcado dentro de una investigación que desarrollar herramientas para evaluar el potencial de energía eólica para la generación de energía eléctrica en la región nororiental de Colombia, en particular para el departamento Norte de Santander.

#### REFERENCIAS

- [1] United State Department of Energy 2011. Energy Efficiency & Renewable Energy. 2010 Wind Technologies Market Report.
- [2] World Wind Energy Association 2011. World Wind Energy Report 2010. Germany.
- [3] UPME – IDEAM. República de Colombia Atlas de Viento y Energía Eólica de Colombia. 2006.
- [4] W Vergara. et al. Wind energy in Colombia. A framework for Market Entry. World Bank Study. pp.50, 2010.
- [5] A. N. Celik On the distributional parameters used in assessment of the suitability of wind speed probability density functions. Energy Conversion and Management Vol 45. pp. 1735–1747. 2004.
- [6] M.Gökçek, A Bayülken. and S. Bekdemir, Investigation of wind characteristics and wind energy potential in Kirklareli Turkey, Renew Energy, vol. 32, pp. 1739-1752, 2007.
- [7] K. A. Nigim, and P. Parker, Heuristic and probabilistic wind power availability estimation procedures: Improved tools for technology and site selection. Renew Energy, vol. 32, pp. 638-648. 2007
- [8] A. S. Ahmed Shata, and R. Hanitsch, Evaluation of wind energy potential and electricity generation on the coast of Mediterranean Sea in Egypt. Renew Energy, vol. 31, pp. 1183-1202. 2006.
- [9] .W.Al-Nassar, S. Alhajraf, A .Al-Enizi, and L. Al-Awadhi. Potential wind generation in the State of Kuwait. Renew Energy, vol 30, pp. 2149-2161. 2005.

- [10]Zhou W., Yang H., and Z Fang. Wind power potential and characteristic analysis of the Pearl River Delta region China. *Renew Energy*, vol 31, pp. 739-753. 2006.
- [11]J.P. Hennessey. Some aspects of wind power statistics. *J Appl Meteorol*, Vol. 16 No.2, pp. 119–28, 1977.
- [12]K.Ulgen and A. Hepbasli. Determination of Weibull parameters for wind energy analysis of Izmir, Turkey. *Int. J. Energy Res.* Vol. 26, pp 495-506. 2002.
- [13]P. Ramirez and J. A. Carta, Influence of the data sampling interval in the estimation of the parameters of the Weibull wind speed probability density distribution: a case study, *Energy Conversion and Management*, Vol. 46, pp. 2419–2438, 2005.
- [14]E. S Hrayshat, Wind resource assessment of the Jordanian southern region. *Renew Energy*, vol. 32, pp. 1948-1960, 2007.
- [15]C. G. Justus, W. R. Hargraves, A. Mikhail and D. Graber, Methods for Estimating Wind Speed Frequency Distributions, *J Appl Meteorol*, Vol. 17, pp. 350–353, 1978.
- [16]J. V. Seguro and T. W. Lambert. Modern estimation of the parameters of the Weibull wind speed distribution for wind energy analysis. *J Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, vol. 85, pp 75-84, 2000.
- [17]R. D. Christofferson, D.A. Gillette. A simple estimator of the shape factor of the two- parameter Weibull distribution. *Journal of Climate and Applied Meteorology*. Vol26, pp 323–5. 1987.
- [18]C. R. Ranganathan, M. Ramanathan and k. R. Swaminathan, Estimation of wind power availability in Tamil Nadu, *Renewable Energy*, Vol. 1 No. 3/4, pp. 429-434, 1991.
- [19]N.J. Cook, Discussion on modern estimation of the parameters of the Weibull wind speed distribution for wind speed energy analysis by J.V. Seguro, T.W. Lambert. *J Wind Eng Ind Aerodyn*;892001–9. 2001
- [20]S.S. Dorvlo Atsu, Estimating wind speed distribution. *Energy Conversion and Management* Vol. 43 pp. 2311–2318. 2002.
- [21]E. K. Akpınar and S. Akpınar, Determination of the wind energy potential for Maden-Elazığ, Turkey, *Energy Conversion and Management* Vol. 45, pp. 2901–2914, 2004.
- [22]P. A. Costa Rocha, R. Coelho de Sousa, C. Freitas de Andrade, M. E. Vieira da Silva, Comparison of seven numerical methods for determining Weibull parameters for wind energy generation in the northeast region of Brazil, *Applied Energy*, Vol. 89, pp. 395-400, 2012.
- [23]D. C. Montgomery and G.C. Runger, *Applied Statistics and Probability for Engineers*. 3rd Ed. New York: John Wiley & Sons Inc, 2003, pp. 316-321,397.