

Explorar y Descubrir para Conceptualizar en Geometría

Explore and Discover to Conceptualize in Geometry

Juan Alberto Barboza Rodríguez

Departamento de Matemáticas, Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia

hugo.zapata@unisucre.edu.co

tuama1@hotmail.com

Resumen— Para el grupo de docentes objeto del estudio, enseñar geometría se supeditaba a la exposición y repetición de definiciones y la contemplación de objetos geométricos y símbolos, fomentando la pasividad del estudiante ante el aprendizaje. Se aborda la hipótesis sobre el impacto de las metodologías de clase en el aprendizaje de la geometría; se decidió planificar, ejecutar y evaluar una experiencia de enseñanza que favorezca el aprendizaje activo y el proceso de conceptualizar. El estudio ¿qué es un poliedro? Promovió ambientes de aprendizajes activos y de equipo entre los estudiantes, favoreciendo el descubrimiento, la exploración, el razonamiento y la conceptualización en geometría.

Palabras clave—conceptualizar, descubrir, estudio de clase, estrategia de enseñanza, explorar, geometría, poliedro.

Abstract—For the group of teachers under study, teach geometry has been subordinate to repeated and exposure definitions and contemplation of geometric objects and symbols, it's encouraging student's passivity to learn. It broaches hypothesis about the impact of class methodologies in learning geometry; It was decided to plan, implement and evaluate a teaching experience that encourages active learning and the process to conceptualize. The study ¿what is a polyhedron? Promoted active learning environments and to equipment among students, promoting the discovery, exploration, reasoning and conceptualization in geometry.

Key Word — conceptualize, discovers, study class, teaching strategy, explore, geometry, polyhedron.

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo del pensamiento matemático en la educación básica y media requiere de la puesta en marcha de actividades en las aulas de clase que favorezcan la aparición de conceptos, procesos y procedimientos mediante los cuales se alcance la generación de las competencias necesarias para que los estudiantes obtengan mejores aprendizajes y con ellos mejores desempeños. Estos aprendizajes deben ocurrir en ambientes

apropiados que estén diseñados atendiendo las orientaciones que desde las didácticas específicas se han venido empleando según las particularidades del pensamiento o sistema matemático en sus distintas disciplinas.

Para el caso del pensamiento espacial o sistemas geométricos, su desarrollo en el aula se ha supeditado a la exposición y repetición de definiciones y la contemplación de objetos geométricos y símbolos, al respecto [1] evocando a Vygotsky expresa que la experiencia demuestra que la enseñanza directa de conceptos es imposible y estéril, y que los docentes no lograrán nada, sino un vacío verbalismo. Además, este tipo de acciones, han desconocido el carácter activo del sujeto en la construcción y aprendizaje del saber geométrico, al igual que se desconoce el papel de la conceptualización como proceso necesario para el pleno desarrollo del pensamiento espacial.

En este mismo orden [2] señala que los conceptos geométricos son el fundamento para el desarrollo del conocimiento geométrico, sobre el que descansa el sentido espacial; también expresa que la actividad de conceptualizar se ha restringido, en ocasiones, al establecimiento de una correspondencia entre definiciones formales o nombres con una representación visual del concepto o la relación. En forma similar [3] indica que el aprendizaje de geometría se ha basado hasta ahora especialmente en el estudio de áreas, volúmenes, definiciones geométricas y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas.

Desde el panorama descrito, y tomando como referencia las experiencias de aula y las reflexiones desarrolladas por los docentes, se logró establecer como hipótesis emergente de estudio, que uno de los factores altamente determinantes e influyentes relacionados con el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes está asociado con las metodologías y ambientes de clase. Razón por la cual se desarrolló un proceso de indagación para entender mejor esta situación, a fin de poder desarrollar acciones de mejoramiento, con la pretensión de superar las dificultades y errores cometidos en los procesos de enseñanza de la geometría y en especial cuando de conceptualizar se trata.

En el proceso de indagación realizado, se diseñó, ejecutó y evaluó una experiencia de aula en el marco de la Metodología de Estudio de Clase (MEC) propuesta por el MEN (2010), titulada: ¿Qué es un Poliedro?, en la cual se asume como principio didáctico central la mirada activa e intuitiva de la geometría que se proponen en los lineamientos curriculares y estándares de competencias básicas para el área de matemáticas. Por ello, el presente trabajo es producto del abordaje investigativo de la pregunta ¿Cómo debe estar planificada y orientada una clase en geometría que favorezca en los estudiantes la conceptualización?, por tanto este artículo aborda un ejercicio de reflexión desde un enfoque cualitativo sobre las actividades de enseñanza que van dirigidas a promover mejores aprendizajes y desempeños de los estudiantes de la educación básica sobre la geometría.

El objetivo general del estudio fue el de planificar, ejecutar y evaluar una experiencia de enseñanza en geometría que favorezca el aprendizaje activo y el proceso de conceptualizar en los estudiantes. Para lograr este propósito, se trazaron los siguientes objetivos específicos:

- Identificar y usar referentes didácticos referidos al aprendizaje y enseñanza de la geometría.
- Diseñar actividades y materiales que promuevan en los estudiantes los procesos de exploración, descubrimiento y la conceptualización.
- Describir los principales aportes de la metodología implementada a nivel de estudiantes y profesores participantes.

En la literatura relacionada con el estudio, se encuentra la perspectiva del Ministerio de Educación Nacional, según expresa [4] el conocimiento geométrico se construye a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento; esto sugiere que debe partirse de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo, superando la contemplación pasiva de las figuras y símbolos. De igual forma la geometría activa se presenta como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, en tanto se constituye en herramienta privilegiada de exploración y de representación del espacio [5]. El trabajo con la geometría activa, desde lo propuesto por [5] puede complementarse con distintos programas de computación que permiten representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional.

En la didáctica de la geometría, desde los planteamientos de [6], se infiere que el trabajo desarrollado por Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, ha tenido una fuerte influencia, especialmente, en los aspectos dirigido a comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. En este modelo se proponen cinco niveles jerárquicos para describir la comprensión y el dominio de las nociones y habilidades espaciales. Cada uno de los cinco

niveles describe procesos de pensamiento que se ponen en juego ante tareas y situaciones geométricas, a continuación se hace una breve descripción:

Nivel 0: Visualización, los objetos de pensamiento en este nivel son formas y se conciben según su apariencia. Los productos del pensamiento son clases o agrupaciones de formas que parecen ser “similares”.

Nivel 1: Análisis, los objetos de pensamiento en este nivel son clases de formas, en lugar de formas individuales y los productos del pensamiento son las propiedades de las formas.

Nivel 2: Deducción informal, los objetos del pensamiento del nivel, son las propiedades de las formas y los productos de pensamiento en este nivel son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

Nivel 3: Deducción, los objetos de pensamiento son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos y los productos del pensamiento son sistemas axiomáticos deductivos para la geometría.

Nivel 4: Rigor, los objetos de pensamiento del nivel son sistemas axiomáticos para la geometría. Los productos de pensamiento son comparaciones y contrastes entre diferentes sistemas axiomáticos de geometría.

Para el caso del proceso de la enseñanza, la teoría de los Van Hiele propone un modelo, el cual se materializa mediante seis fases de enseñanza, descritas por [7], estas fases son: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre, e integración. En este modelo el profesor cambia el papel de expositor que comúnmente se le atribuye y toma un papel de coordinador de los trabajos. Las fases de aprendizaje son los períodos por los que se tienen que pasar los estudiantes en cada uno de los niveles para alcanzar el siguiente, en general son cinco, los cuales se describen:

1. Información: que se refiere a informar a los estudiantes del tema que se estudiará.
2. Orientación dirigida: se refiere a la investigación, búsqueda, etcétera, de conocimientos principalmente por parte de los alumnos. En esta fase se construye la red mental que permitirá relacionar los conocimientos posteriormente.
3. Explicitación: que se refiere a la presentación y comparación de datos y conocimientos obtenidos entre el grupo. En este punto es importante que existan puntos de vista diferentes, y quizá divergentes, dentro del alumnado, ya que esto dará una mayor riqueza al mismo grupo y, al mismo tiempo, hará que el estudiante analice sus ideas, las ordene y las exprese con claridad.
4. Orientación libre: refiere principalmente a la aplicación de los conocimientos adquiridos en las

fases anteriores y su interrelación y aplicación junto con otros conocimientos ya adquiridos.

5. **Integración:** esta fase refiere a la acumulación, integración y comparación de conocimientos que se han adquirido, tratando de tomar conciencia en el uso de elementos implícitos de éstos.

Por otra parte en los posicionamientos propuestos por [4] se plantea que los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio, tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (relacionado con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto (relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas), tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales.

Dentro de los trabajos y aportes referido al proceso de la conceptualización, se tienen los planteamientos de [2], donde se indica que las actividades dirigidas a favorecer la formación de conceptos geométricos también favorecen el desarrollo del razonamiento a través de las interacciones de los estudiantes, así como la apropiación de un lenguaje especializado, y el establecimiento de relaciones entre conceptos, lo cual permite la ampliación de la imagen conceptual del objeto geométrico en particular y de otros que el estudiante conoce.

En matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas, según las ideas de [1], así la construcción de los conceptos depende fuertemente de la capacidad de usar más registros de representación semióticas, los cuales aparecen con la variedad de las experiencias de enseñanza que se propongan en la clase.

Sobre la actividad de conceptualizar [2] propone que ésta debe poner en correspondencia al concepto, objeto matemático, o relación, determinado por una definición formal, con la imagen conceptual o representación operativa del concepto, que está formada por imágenes visuales y propiedades que se establecen a través de las experiencias vividas con él. También se dice que cada persona genera uno o más prototipos del concepto, por lo que se debe apuntar a la generación de variadas experiencias que evoquen la aparición de la imagen conceptual que esté más cercana al concepto, desde las cuales el sujeto recurra a establecer relaciones y propiedades conocidas o las que logran descubrir.

En el trabajo de Vinner y Hershkowitz, retomados por [8], se señala que los estudiantes al pensar no usan las definiciones

de los conceptos, sino las imágenes conceptuales; que se describen como, combinaciones de todas las imágenes mentales y las propiedades que han asociado con el concepto. El trabajo de estos autores, particularmente, sus nociones de concepto-imagen y concepto-definición han sugerido una vía efectiva de acceso al aprendizaje de algunos conceptos geométricos, a partir de ejemplos y contraejemplos.

También se reconoce que la experiencia concreta fundamentada en intuiciones correctas facilita el paso de la geometría de la intuición a la geometría de la deducción. Además, la estructura deductiva subyacente está ligada a aspectos relevantes de la cultura matemática como la necesidad de comprender, asimilar y aceptar el significado de los conceptos cuyas propiedades se analizan, razón por la cual se propone la exploración y la justificación como fases cruciales en el aprendizaje de la geometría.

Para el aprendizaje de la geometría desde los aportes de [2], se enfatiza en la necesidad de la acción sobre los objetos, como punto de partida de la actividad matemática, de crear ambientes de aprendizaje que propicien el trabajo de los estudiantes, mediante el cual adquieran la confianza y responsabilidad necesaria para cuestionarse, indagar y validar sus apreciaciones. A su vez orienta sobre la importancia de los ambientes de enseñanza de tipo práctico que propician el acercamiento a conceptos, mejora el lenguaje geométrico y fomenta la argumentación en los estudiantes.

II. METODOLOGIA

El estudio tuvo lugar en el ambiente natural de los participantes, el salón de clase, en la escuela, allí donde se realiza el desarrollo natural de los sucesos estudiados, sin manipularlos pero con una perspectiva interpretativa de la realidad. En este sentido y en términos de [9], el estudio se enmarca en el un paradigma de investigación cualitativo, basado en la aplicación de la Metodología de Estudio de Clase propuesta por [10], privilegiando los alcances descriptivos y exploratorios.

Los participantes en este estudio fueron cuatro profesores que participaron en el curso B-Learning en metodología estudio de clase desarrollado por el MEN en periodo 2010-2011, quienes orientan el área de matemática en el nivel de educación básica de una institución educativa de carácter público del sistema educativo colombiano, ubicada en el departamento de Sucre y 35 estudiantes de noveno grado de la educación básica. La pregunta objeto del estudio de clase fue: ¿Cómo debe estar planificada y orientada una clase que favorezca en los estudiantes la conceptualización en geometría?, y a partir de esta, se diseñó el estudio de clase basado en el trabajo con poliedros desde el abordaje de la pregunta: ¿Qué es un poliedro?

El proceso de investigación se desarrolló según las fases del estudio de clase señalados por [10]: Indagación-Planeación, ejecución-observación y revisión-reflexión, que se ajustan a

los elementos metodológicos del proceso de investigación cualitativa sugeridos por [11], los cuales son: la formulación, el diseño, la gestión y el cierre.

Para la recolección de la información se emplearon la observación estructurada de clases, los registros en videos, los protocolos y actas de las reuniones y entrevistas con el equipo de docentes y estudiantes. De igual forma las guías de actividades trabajadas en las sesiones por los estudiantes.

El desarrollo metodológico del estudio, se inició con la fase de Indagación-Planeación, en la cual el equipo de docentes identifica la temática-problema objeto para el diseño del estudio de clase, para ello se revisan los resultados institucionales, locales y nacionales arrojados por las pruebas Saber 2009 en el área de matemáticas y desde los cuales se determina trabajar en el componente geométrico, decisión que se ratifica por los resultados encontrados mediante una prueba diagnóstica y las narraciones de los profesores, donde en forma generalizada se evidencia que los estudiantes del grado noveno presentan dificultades para resolver situaciones y actividades donde se privilegia procesos como exploración, conceptualización y razonamiento sobre objetos geométricos.

Ante esta situación, se reflexionó sobre los factores que están incidiendo en las dificultades y los bajos desempeños que se presentaron los estudiantes en relación con el pensamiento espacial y geométrico. De igual forma, se observaron y caracterizaron varios eventos de clase, en los cuales se apreciaban prácticas de enseñanza de corte transmisionista, en las cuales el docente privilegiaba la exposición mecánica de las definiciones, acompañándolas con ejemplos y ejercicios similares a los presentados como ejemplo. Desde el análisis a este tipo de situaciones, el equipo de estudio, llegó a concluir que dichas prácticas limitaban en los estudiantes la posibilidad de asumir un rol más activo y constructivo en el proceso de aprendizaje y que han traído como consecuencia la poca apropiación y construcción de conceptos básicos de la geometría, o que en su defecto, sólo llegan a ser memorizados y asimilados sin comprenderlos.

A partir de lo anterior, se acordó el tema y la pregunta para el desarrollo del estudio de clase, el tema los poliedros, y la pregunta ¿Cómo debe estar planificada y orientada una clase que favorezca en los estudiantes la conceptualización en geometría? A partir de aquí, se seleccionaron los referentes pedagógicos, didácticos y disciplinares; también se diseñaron las actividades, guías y materiales a utilizar en la clase. Los referentes teóricos estudiados y utilizados están dirigidos particularmente hacia la enseñanza, el aprendizaje y lo que implica pensar geoméricamente. Dado esto, los docentes se dieron a la tarea de apropiarse del modelo de enseñanza propuesto por los Van Hiele siguiendo los planteamientos del trabajo realizado por [7].

De forma similar se asumen como referentes de tipo didáctico las recomendaciones metodológicas y didácticas

desarrolladas por [3], sobre el proceso de conceptualización y la actividad de investigar en geometría. Para los referentes de tipo disciplinar se siguen las ideas propuestas en [7], compilando un conjunto de siete definiciones formales con diferentes niveles de rigurosidad sobre el objeto geométrico Poliedro, también se compilaron varias propiedades y formas de clasificación de estos objetos geométricos, para ser tomadas como referentes en el desarrollo del estudio de clase. Además otros referentes que fueron de gran ayuda para el diseño del plan de clase [4], [5].

Para la fase de ejecución-observación, se implementó y observó en tres sesiones la clase planificada; cada sesión, se centró en el trabajo de equipo que los estudiantes debían realizar en torno a dos guías de actividades, una mediada por el uso de materiales manipulables (palillos y conectores) y la otra con aplicación de las TIC, mediante el software de uso libre Poly 1.10. Para la ejecución de las clases, el equipo designó a uno de los docentes, en tanto los demás actuaron como observadores y generadores de apreciaciones en dos sentidos, por un lado, evaluando el impacto de la clase en término de los aprendizajes de los estudiantes y por el otro reconociendo los aprendizajes del equipo de estudio de clase desarrollado.

La observación de las clases desarrolladas, se realizó con el apoyo de una formato estructurada y diseñado desde los siguientes indicadores: Metodologías empleadas para el desarrollo de la clase, interacciones profesor-estudiantes, interacciones estudiantes-estudiantes, desarrollo de los aprendizajes en los estudiantes, materiales y recursos utilizados, proceso de evaluación, alcance de objetivos/metás, motivación, interés y participación de los estudiantes. Es necesario anotar que cada observador tenía en su poder, además de la guía de observación, el plan de clase, esto con el propósito de ir haciendo el seguimiento y análisis individual al de lo planificado.

En la fase de revisión-reflexión, se hizo la revisión y retroalimentación del trabajo adelantado (reconocimiento de la pertinencia de las acciones emprendidas y ajustes a realizar para afianzar los objetivos propuestos), a partir de los protocolos empleados para la observación de la clase y desde los registros en video. En primera instancia se invitó al docente responsable de la ejecución de la clase para que presentara una autoevaluación ante los demás miembros del equipo, posteriormente el equipo presenta sus apreciaciones según lo observado apoyándose en los registros escritos y en los videos. Desde aquí se genera un dialogo amplio y detallado, donde se intercambian opiniones, se identifican los aciertos y desaciertos tanto de la planeación como de la ejecución de la clase, en aspectos como las fortalezas y dificultades pedagógicas, didácticas y disciplinares del plan de clase elaborado por el equipo; también se discutió y analizaron, las fortalezas, obstáculos y dificultades a nivel metodológico, conceptual y disciplinar, tomando como evidencias los talleres desarrollados, los registros de video de

las sesiones de clase y las entrevistas a los estudiantes. La información que aquí se genera, es registrada, sistematizada e interpreta mediante la categorías de análisis asumidas: Metodologías empleadas para el desarrollo de la clase, interacciones profesor-estudiantes, interacciones estudiantes-estudiantes, desarrollo de los aprendizajes en los estudiantes, papel de los materiales y recursos utilizados, proceso de evaluación, alcance de objetivos/metras, motivación, interés y participación de los estudiantes. También se analizaron los acontecimientos relacionados con los procesos de Exploración, investigación y generación de conceptualizaciones.

Finalmente el equipo consolida los resultados, las conclusiones y recomendaciones que junto a toda la experiencia desarrollada se sintetizan en un informe final presentado y socializado a la Institución Educativa Francisco José de Caldas del municipio de Corozal-Sucre, donde fue desarrollado el estudio. De igual forma al Ministerio de Educación Nacional se le envía el informe final que fue Socializado en el Segundo Encuentro Nacional de estudio de Clase convocado por el MEN.

III. RESULTADOS

Los resultados asociados con los estudiantes y el ambiente de las clases se describen a continuación, según las categorías establecidas:

Metodologías empleadas para el desarrollo de la clase. El accionar metodológico diseñado por el equipo para la clase, tomó como referente el modelo de enseñanza de los Van Hiele, de igual forma se asumió como principio central, privilegiar la geometría activa e intuitiva, que propicie la actividad y el protagonismo del sujeto que aprende; de igual forma la metodología diseñada, se acentuó en la generación de eventos donde la exploración, el descubrimiento, la manipulación y conceptualización de los objetos fueran permanente. Sobre esto se logró que la clase, no privilegiara la exposición mecanicista de la definición por parte del docente.

Interacciones profesor-estudiantes y estudiantes-estudiantes. El grupo de 35 estudiantes logró interactuar permanentemente con el docente orientador de la clase, especialmente por el trabajo que adelantaron en los equipos conformados, esta forma de organización también posibilitó la interacción permanente y colaborativa entre los miembros de los equipos. La confrontación de ideas y la presentación de argumentos entre los integrantes, fue constantemente favorecida por el acompañamiento del profesor.

Para el desarrollo de los aprendizajes en los estudiantes, es conveniente señalar que la conceptualización inicial de más del 90% de los grupos ante la pregunta ¿qué es un poliedro?, fue coincidente, así señalaban que “un poliedro es un sólido que tiene varias caras y que tiene área y volumen”, la

evolución alcanzada por los estudiantes sobre la conceptualización, se refleja en la presente expresión “un poliedro es un sólido formado por polígonos, que pueden ser regulares o no, iguales o diferentes. Están constituidos por caras, vértices y ángulos, cada arista une dos caras, además es un objeto tridimensional y puede ser regular o irregular. Sus caras no pueden tener agujeros”. Esto demuestra que es plausible generar procesos de aprendizajes alternativos que promueven el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.

Papel de los materiales y recursos utilizados. Siendo consecuentes con el papel mediados de los materiales, debe señalarse en primer lugar el papel mediados que se le dio a los recursos utilizados: palillos-conectores, sólidos diseñados en cartón, software Poly 1.10, imágenes y videos, al igual que las guías empleadas para promover la a exploración y reconocimiento de las características de los poliedros, que permitiera tener un mejor acercamiento de la imagen conceptual que elaboraban los estudiantes, con el concepto o definición institucionalizada sobre el objeto estudiado. Por otra parte es de señalar la variedad de los materiales empleados, que poco son utilizados en las prácticas de enseñanza expositivas.

Motivación, interés y participación de los estudiantes. En este aspecto, los resultados son muy interesantes, puesto que fueron altos los niveles de participación y motivación reflejados por los estudiantes en todo el trascurso de la clase objeto del estudio. Esto se corrobora con los discursos plasmados por varios estudiantes mediante registro en video, donde al referirse a la clase, se manifestaba “la actividad fue didáctica y muy interesante, hubo mucha participación, eso me llamo la atención. También me agrado porque aprendimos cosas nuevas como por ejemplo los nuevos conceptos de poliedro que elaboramos, pero lo que más me agradó fue la forma como evoluciono el concepto de poliedro”.

Eventos relacionados con los procesos de Exploración, investigación y generación de conceptualizaciones. Al respecto de estos procesos, el desarrollo de la clase se inició con el acercamiento a las ideas previas de los estudiantes, siguiendo con la construcción de varios poliedros, que fueron explorados y manipulados con el propósito de identificar sus principales características, estas exploraciones y descubrimiento de propiedades también fue mediada por las herramienta tecnológica. Al tiempo se generaban permanentemente conceptualizaciones que se compilaban a través de las guías de actividades diseñadas por el equipo y desarrolladas por los estudiantes.

Ahora se presentan los resultados asociados con los docentes del equipo de estudio:

El estudio realizado favoreció entre los docentes la cultura de equipo para la planificación y análisis de las clases dentro del departamento de matemáticas de la institución. También se

promovió la construcción de materiales y actividades pertinentes para mediar en el proceso de aprendizaje de la geometría, y en particular sobre los poliedros, basadas en los principios didácticos asumidos por el equipo desde la revisión teórica realizada.

El diseño y ejecución de la clase planificada tiene mayor grado de pertinencia dentro del contexto institucional, en relación a lo que tradicionalmente se hace. El docente actuó fundamentalmente como un mediador del aprendizaje y generador de conflictos cognitivos que estimulaban la participación y motivación de los estudiantes. Por otra parte fueron poco desarrollados aspectos de la clase tradicional tales como: Práctica de enseñanza mecánica, memorización de reglas y fórmulas, respuestas y métodos únicos para los problemas. Uso de hojas de ejercicios rutinarios, prácticas escritas repetitivas. Enseñar diciendo. Enfatizar la memorización entre otros aspectos.

La puesta en escena de diferentes conocimientos por parte de los profesores del equipo, combinados con los procesos de reflexión y análisis didácticos que aparecieron durante el proceso de planificación y ejecución de la clase, quedan plasmados en una de los registros obtenidos de las entrevistas, donde un miembro del equipo afirmaba que “El estudio de clase, nos llevó a generar preguntas muy importantes cómo: ¿sabemos qué es un poliedro?, ¿cuál debe ser el concepto que se debe promover para el aprendizaje de los estudiantes?, ¿cuáles deben ser las actividades para la clase?, ¿qué materiales utilizaremos? ¿Qué principios pedagógicos y didácticos nos serán útiles?, entre otras tantas, pero aquí es donde cruzamos la línea de la enseñanza tradicional, aquí es donde comenzamos a cambiar nuestras prácticas como profesores y comenzamos a desplegar nuestra capacidad como profesionales de la educación...”

Estos resultados ponen de manifiesto que el profesor en su hacer profesional puede lograr, en palabras de [12] siguiendo a Schoenfeld y Kilpatrick (2008), la proficiencia en la enseñanza de las matemáticas, que puede ser interpretada como una referencia a los conocimientos (y competencias) que deberían tener los profesores para que su enseñanza se pueda considerar de calidad. En este caso la proficiencia que comienzan a desarrollar los profesores, está relacionada con las siete dimensiones propuestas por estos autores: conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud; conocer a los estudiantes como personas que piensan; conocer a los estudiantes como personas que aprenden; diseñar y gestionar entornos de aprendizaje; desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la comprensión”; construir relaciones que apoyen el aprendizaje y Reflexionar sobre la propia práctica.

IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Según los resultados obtenidos en el estudio, se presentan las siguientes conclusiones y recomendaciones:

La clase planificada, ejecutada y evaluada, desde la pregunta ¿qué es un poliedro?, promovió un ambiente de aprendizaje centrado en la participación activa y de equipo tanto de profesores como estudiantes. Donde los procesos y competencias puestas en escena por los estudiantes apuntaron al descubrimiento, la exploración, el razonamiento y la conceptualización, apoyados en la mediación instrumental con materiales tecnológicos y manipulables y el uso de diferentes registros semióticos de representación. También se abordaron en la planificación realizada y la clase ejecutada, dos de los principios o estándares abordados por [13] y los cuales hacen referencia a: “enseñar capacidad matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación” y “Los conceptos de geometría y medición se aprenden mejor mediante experiencias que involucren la experimentación y el descubrimiento de relaciones con materiales concretos”.

La preparación del estudio de clase genera en los docentes mayor acercamiento y reflexión sobre los referentes pedagógicos, didácticos y disciplinares necesarios para el proceso de enseñanza, aspectos que ayudan a la movilización de las creencias y concepciones de los profesores, al igual que posibilita la generación en el uso, de conocimiento didáctico del contenido tan importante para orientar los procesos de aprendizaje con pertinencia y eficiencia.

Para el aprendizaje de la geometría en la escuela, debe enfatizarse en la necesidad de la acción y la manipulación del sujeto que aprende sobre los objetos y de las ideas, como punto de partida de la actividad matemática. Por ello, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas, de allí la necesidad de ofrecer en las clases, variadas situaciones y experiencias de aprendizaje que permitan a los estudiantes utilizar diferentes representaciones y formas de presentar las representaciones, que se constituyen durante todo el proceso, en estructuras necesarias al momento de construir y hacer evolucionar las imágenes conceptuales hasta el punto de acercarse los conceptos y definiciones institucionalizados por las comunidades académicas.

REFERENCIAS

- [1] D'Amore B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. Uno. Barcelona, España. 35, p.p 10-11. 90-106. Disponible en: <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualizacion.pdf>
- [2] Samper, C., Camargo, L. & Leguizamón, C (2003). *Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría*. Grupo Editorial Gaia. Bogotá, Colombia.

- [3] Pérez, S. y Guillén, G. (2009). Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos. En M.J. González, M.T. González, J. Murillo (eds) Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM. Santander. En línea. Disponible en: <http://www.uv.es/apregeom/archivos2/PerezGuillen09.pdf>
- [4] Ministerio de Educación Nacional (1998). *Lineamientos curriculares del área de matemáticas*, Bogotá, Colombia.
- [5] Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares de Competencias Básicas*, Bogotá, Colombia.
- [6] Godino, J. y Ruiz, F. (2002). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*, Disponible en <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>. Acceso: Junio 1º de 2012.
- [7] Alsina, C; Fortuny, J. & Pérez, R (1997). *¿Por qué geometría?, Propuesta didáctica para la ESO*, 1ª edición. Editorial Síntesis S.A, Madrid, España.
- [8] Camargo, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría. *Revista Colombiana de Educación*, N.º 60. Primer semestre 2011 Bogotá, Colombia. pp 41-60.
- [9] Hernández., R, Fernández, C & Baptista, L. (2006). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- [10] Ministerio de Educación Nacional (2009). *Curso b-learning en metodología estudio de clase para los docentes de las áreas de ciencias y matemáticas*, Módulo: Materiales de apoyo, Bogotá, Colombia.
- [11] Sandoval, C (2002). *Investigación cualitativa*. ICFES. Módulo 4. Arfo editores e impresores Ltda.
- [12] Godino, J. (2009). *Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas*, *Revista Unión*, SSN: 1815-0640 (en línea), Número 20, pp. 13-31, <http://www.fisem.org/web/union/>, Acceso: 14 de Febrero (2012).
- [13] Steven, Z. Harvey, D y Arthur, H (1998). *“Best Practice: New Standards for Teaching and Learning in America’s Schools”*, Traducción al español de apartes del capítulo cuatro realizada por EDUTEKA, Disponible en <http://www.eduteka.org/MejoresPracticas.php>. Acceso: 27 de Agosto de 2012.