

Diseño e implementación de una aplicación para el estudio del péndulo simple mediante visión por computador

Design and implementation of an application software to study simple pendulum using computer vision

Jimmy Alexander Cortes-Osorio¹, José Andrés Chaves-Osorio^{2*}, Jairo Alberto-Mendoza³
^{1,2,3} *Facultad de Ciencias Básicas, Departamento de Física, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*
 Correo-e: jacoper@utp.edu.co
 Correo-e: jachaves@utp.edu.co
 Correo-e: jam@utp.edu.co

Resumen—Tradicionalmente en los laboratorios de Física de las instituciones educativas de formación secundaria o universitaria se realiza la experiencia del Péndulo simple como parte de la presentación y/o la introducción de conceptos tales como período y movimiento armónico simple. Esta experiencia requiere realizarse usualmente con la ayuda de cronómetros manuales controlados por los estudiantes o mediante la utilización de equipo electrónico especializado que cuantifica el período de manera autónoma. Este artículo presenta una alternativa de trabajo que emplea visión por computador (implementada a través de una cámara web) como instrumento, para el análisis del Movimiento de un Péndulo Simple a fin de determinar parámetros asociados a dicho movimiento como: la magnitud del Campo gravitacional y la Longitud de la cuerda. El aplicativo desarrollado presenta los resultados de la medida del período con un error relativo inferior al 0,5% al igual que realiza los cálculos de su incertidumbre; lo cual le convierte en una herramienta confiable, de bajo costo y fácil uso, que sirve como complemento al desarrollo de clase.

Palabras clave— *Computador, emgu, estudio, instrumentación, Matlab, movimiento, opencv, oscilación, péndulo, procesamiento, visión.*

Abstract— Traditionally in the physics laboratories of secondary educational school or university institutions simple Pendulum experiment is introduced to teach concepts such as time and simple harmonic motion. This experience usually requires to be carry out with the aid of stopwatches controlled by students or by using electronic laboratory equipment that quantifies the period autonomously. This work presents an alternative using computer vision, through a web camera as a tool for the analysis of Simple Pendulum for measurement and estimation of the magnitude of the gravitational field and the length of the weightless cord. The application developed calculates the results of measured period with a relative error less than 0,5%, which makes it a reliable tool to complement the work in class for institutions that do not have financial resources for having a reliable and easy simple tool to use.

Key Words — *Computer, emgu, research, instrumentation, Matlab, motion, opencv, oscilacion, pendulum, processing, vision*

I. INTRODUCCIÓN

VisioPen, nombre que han designado los autores para el software desarrollado, es una aplicación implementada a través de una cámara web.

El dispositivo creado es un instrumento que permite el análisis del Péndulo Simple a fin de obtener las medidas (con sus respectivas incertidumbres) de la magnitud del campo gravitacional y de la longitud de la cuerda del sistema en estudio.

El aplicativo se encuentra desarrollado en C# para Windows y hace uso de las librerías de OpenCV para la captura mediante Emgu CV; a su vez permite el mejoramiento, segmentación y extracción de características del video capturado del Péndulo en acción (sistema que desarrolla su movimiento oscilatorio durante algunos segundos).

El análisis del movimiento se puede realizar en tiempo real o sobre una secuencia grabada; entregando, entre otros, la gráfica de su posición contra el tiempo.

El sistema ofrece la posibilidad de exportar los datos obtenidos agrupándolos en archivos separados por comas, lo anterior con el fin de permitir un análisis posterior de los datos mediante el uso de diferentes plataformas numéricas que pueden ser más robustas para el desarrollo de esta tarea.

II. CONTENIDO

A. Movimiento Oscilatorio

El movimiento de Oscilación o vibración es una de las formas más comunes de movimiento de la naturaleza. Algunos ejemplos de esta situación se pueden apreciar cuando: una masa de péndulo es liberada desde una cierta altura, el extremo de un resorte se separa de su posición de equilibrio y luego se suelta, una cuerda de guitarra ha sido punteada, entre otros.

Por definición, el movimiento oscilatorio se considera como el cambio repetido de una variable alrededor de un punto o posición de equilibrio. El movimiento oscilatorio puede estar dado por movimientos periódicos; es decir que se repiten en el tiempo [1].

B. Péndulo Físico

El péndulo físico, también denominado péndulo compuesto, se forma cuando un cuerpo articulado en un eje de soporte, puede moverse oscilando alrededor de un punto de equilibrio bajo la acción de su propio peso (considerando que el sistema tiene asociada algún tipo de distribución de masa y no está sometido a pérdidas de energía).

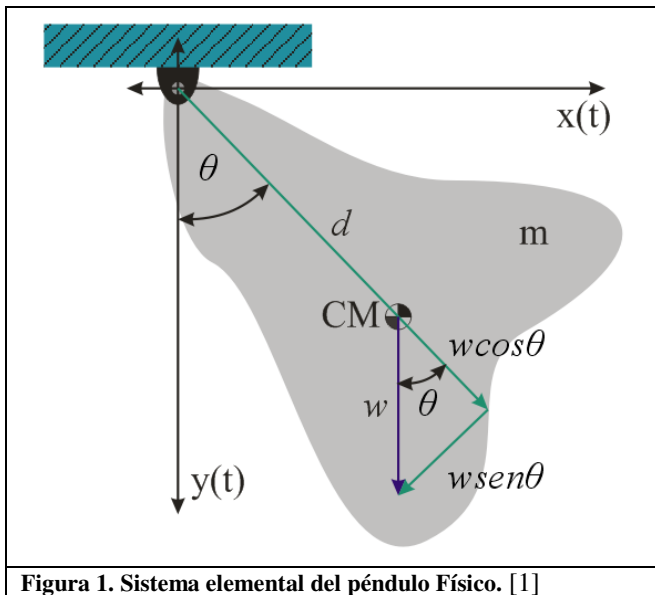


Figura 1. Sistema elemental del péndulo Físico. [1]

Si se observa la Figura 1 y se realiza la sumatoria de torques alrededor de punto de rotación O y se aplica la segunda ley de Newton para dicho movimiento, se obtiene la ecuación 1:

$$\tau_o = -mgd \sin \theta = I\alpha$$

Ecuación 1. Segunda Ley de Newton alrededor del punto de rotación.

De allí se determina la ecuación diferencial que describe el comportamiento del sistema con respecto a la posición angular θ , tal como se muestra en la ecuación 2, donde m es la masa total del sistema, I es el momento de inercia resultante y d la distancia desde el punto de rotación hasta el centro de masa resultante.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \sin \theta = 0$$

Ecuación 2. Ecuación diferencial del Péndulo Físico.

Si el ángulo de oscilación es pequeño, entonces se puede realizar la aproximación:

$$\sin \theta \approx \theta$$

Que al usarse en la ecuación 2, lleva a la forma mostrada en la ecuación 3.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I} \theta = 0$$

Ecuación 3. Aproximación al Movimiento Armónico Simple para ángulos pequeños del Péndulo Físico.

Al comparar la ecuación 3 con la ecuación general del Movimiento Armónico Simple mostrada como ecuación 4.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$$

Ecuación 4. Ecuación diferencial del movimiento Armónico Simple.

Se puede apreciar que la frecuencia angular se puede obtener a partir de la ecuación 5.

$$\omega^2 = \frac{mgd}{I}$$

Ecuación 5. Obtención de la rapidez angular del Péndulo Físico.

Se debe destacar que la solución general de la ecuación 4, correspondiente al Movimiento Armónico Simple es de la forma mostrada en la Ecuación 6.

$$\theta(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

Ecuación 6. Solución general de la ecuación diferencial para un movimiento armónico simple.

En la solución general A representa la amplitud angular máxima, ω la frecuencia angular del movimiento y ϕ el desfase. Véase la Figura 2.

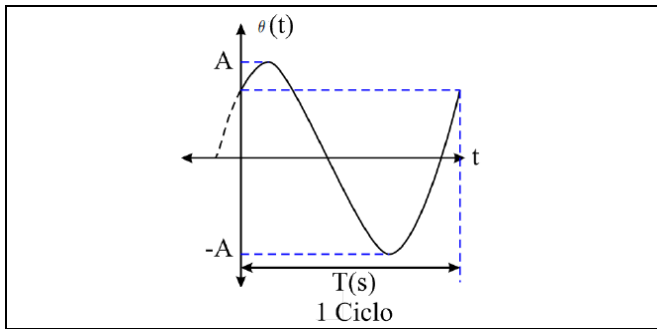


Figura 2. Gráfica de la Función solución general de la ecuación diferencial para un movimiento armónico simple. [1]

C. Péndulo Simple

Ahora, si se considera que la masa **m** que rota alrededor del punto **O** es de tipo puntual y pende de una cuerda inextensible de masa despreciable, tal como puede observarse en la Figura 3, entonces se llega a la definición del péndulo simple, sistema físico en el que se determina su momento de inercia a través de la expresión $I = md^2$.

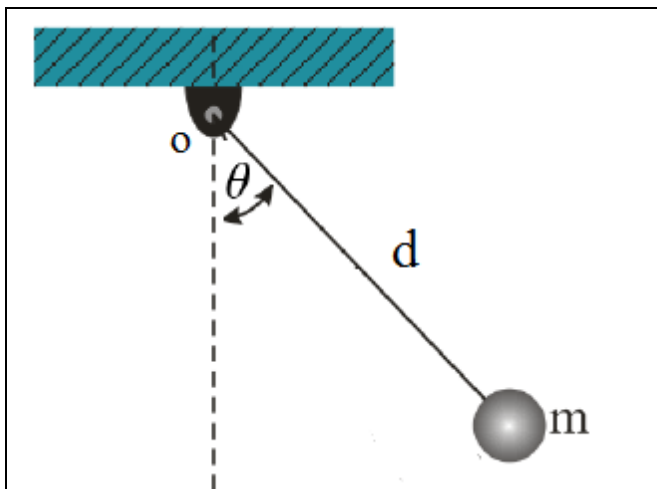


Figura 3. Sistema elemental de Péndulo Simple. [1]

En la ecuación 7 puede apreciarse la ecuación diferencial que modela el movimiento de un péndulo simple.

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{d}\theta = 0$$

Ecuación 7. Ecuación diferencial del péndulo simple.

A partir de la ecuación 7 se puede obtener la ecuación 8 que permite determinar la rapidez angular ω asociada al movimiento oscilatorio de un péndulo simple.

$$\omega^2 = \frac{g}{d}$$

Ecuación Frecuencia angular del Péndulo Simple.

En consecuencia, el período **T** de oscilación del péndulo simple se puede calcular como se ilustra en la ecuación 9.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g}}$$

Ecuación 9. Período de oscilación del Péndulo Simple.

D. Física computacional

La evolución de las computadoras y los sistemas de información ha cambiado la manera de enseñar e investigar en campos como la física y la ingeniería, convirtiéndose el uso dispositivos computacionales en un componente esencial para desarrollar nuevo conocimiento a fin de aplicarlo o simplemente divulgarlo.

La física computacional brinda las herramientas necesarias para aprovechar al máximo los emergentes sistemas de procesamiento de alto desempeño (o HPC, High Performance Computing), lo que ha permitido:

- Desarrollar modelos computacionales muy próximos al mundo real.
- Resolver problemas complejos, imposibles de resolver de manera analítica.

Por estas razones es de vital importancia fomentar el desarrollo y utilización de herramientas computacionales (software/hardware) mediante la exploración de la física computacional como medio que favorezca el proceso de enseñanza aprendizaje, lo que permitirá preparar a una nueva generación de científicos y/o ingenieros emprendedores más sintonizados con las nuevas formas de investigar, hacer ciencia y/o desarrollar productos.

La Física Computacional es una gran herramienta para la enseñanza; en particular para la Enseñanza de la Física, ya que las estrategias pedagógicas y los procesos didácticos han venido cambiando a la par con la implementación de las nuevas tecnologías en la vida cotidiana; este es el caso de muchos dispositivos móviles y de visualización (Tablets, teléfonos inteligentes, entre otros) que no solamente pueden usarse para el entretenimiento, sino que también pueden utilizarse para la implementación de laboratorios virtuales o laboratorios híbridos con los cuales se puede pasar fácil y rápidamente de la teoría a la práctica, lo cual permite fortalecer conceptos básicos y cotidianos que no se interiorizan en forma directa en las clases magistrales tradicionales.

III. METODOLOGÍA

A. Descripción de VisioPen

VisioPen, nombre que el Grupo de Investigación Robótica Aplicada (GIRA) de la Universidad Tecnológica de Pereira ha dado al producto de software creado para el estudio del movimiento del péndulo simple. Esta es una aplicación para Windows desarrollada en C# con la ayuda de OpenCV para el tratamiento Digital de las imágenes mediante la plataforma Emgu.CV 2.4.2 que le hace accesible a este lenguaje de programación.

El software se puede instalar en computadores que cumplan con los requisitos mínimos de software y hardware mostrados en el cuadro 1:

Software

- Windows XP con SP2 o superior o Windows Vista/7/8.
- Se requiere el Framework .NET versión 4.0.

Hardware recomendado

- Procesador de 2+ GHz (Intel o AMD) o superior.
- 2+ GB RAM o superior.
- 700 MB de disco disponible.
- Tarjeta de video Video con 512+ MB de memoria o superior.
- Cámara con resolución de 640x480 1,3MP o superior. La cámara debe estar debidamente instalada. Puede ser una cámara embebida, una cámara externa USB, una cámara análoga con tarjeta de video captura, o una cámara inalámbrica con receptor en el PC.

Cuadro 1. Requerimientos mínimos de software y hardware para el correcto funcionamiento de VisioPen.

B. Funcionamiento del sistema

Este aplicativo realiza el seguimiento de la masa m , de geometría regular idealmente una masa pequeña y esférica (a fin de cumplir con la aproximación de que la masa se pueda considerar de tipo puntual), la cual debe ser etiquetada de un color específico del modelo RGB.

En la Figura 4 se presenta como ejemplo una masa m de color rojo; las dimensiones de esta masa deben utilizarse para calibrar el sistema; este proceso se realiza empleando una cinta métrica para posteriormente realizar la conversión de distancia que relacione pixeles y centímetros.

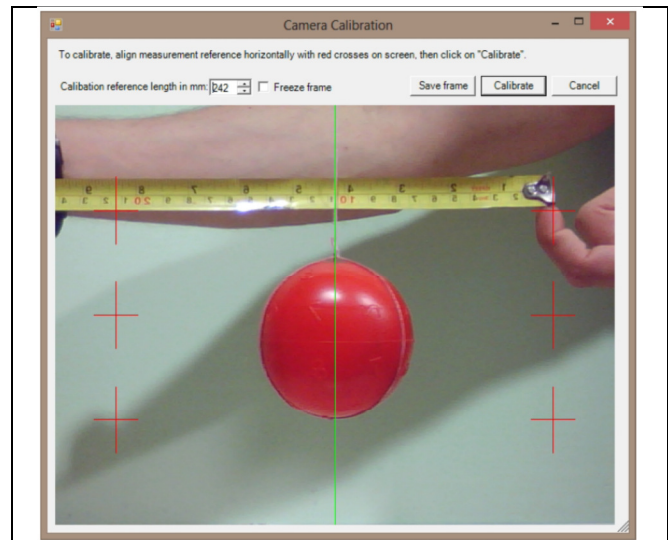


Figura 4. Calibración del equipo usando una cinta métrica.

El Software realiza la segmentación convirtiendo del modelo del color RGB al modelo HSV para trabajar sobre la capa H, la cual posee la información del tono y puede ser directamente binarizada variando, mediante una barra deslizante, hasta obtener un ajuste más fino del color deseado. La Figura 5 muestra la ventana de ajuste donde se pueden parametrizar los valores del color a detectar y su tolerancia.

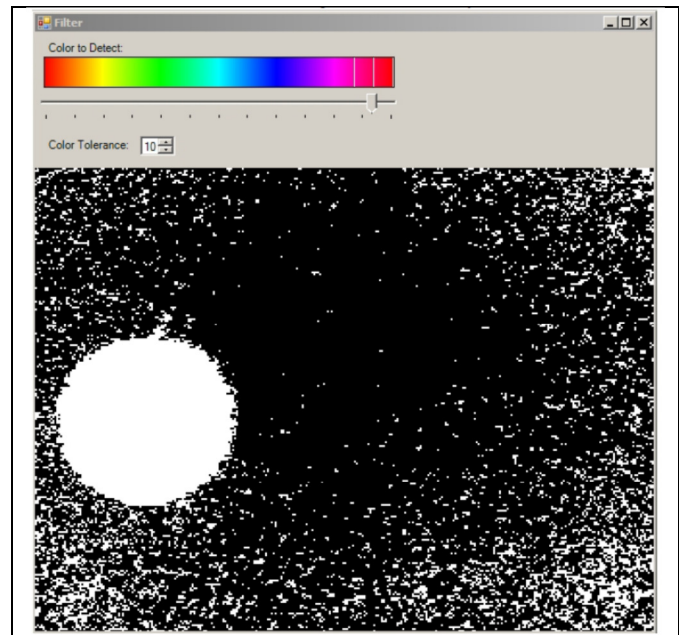


Figura 5. Segmentación del objeto por color rojo del péndulo simple haciendo uso de la capa H del modelo del color HSV.

Una vez se ha definido el color, lo cual es válido, para cada uno de los 16 cuadros capturados en cada segundo de tiempo, se segmenta convirtiéndole del modelo del color RGB a HSV haciendo uso de la capa H donde resulta más viable la separación por color. Mediante el modelo HSV,

para su capa H, se definen los colores a través de una circunferencia, o de forma lineal, entre 0 y 360 grados como se ve en la Figura 6.

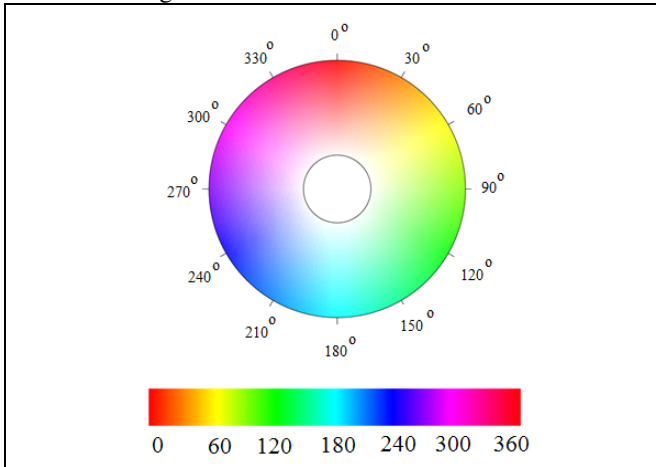


Figura 6. Capa H del modelo HSV para el color.

La imagen binarizada y segmentada en la Figura 6 contiene ruido indeseado, el cual puede eliminarse aplicando un elemento estructurante para la erosión y dilatación de la imagen.

La erosión elimina las partículas de ruido que se ajusten al elemento estructurante del kernel circular de radio deseado, y la dilatación recupera el tamaño original de la imagen binarizada.

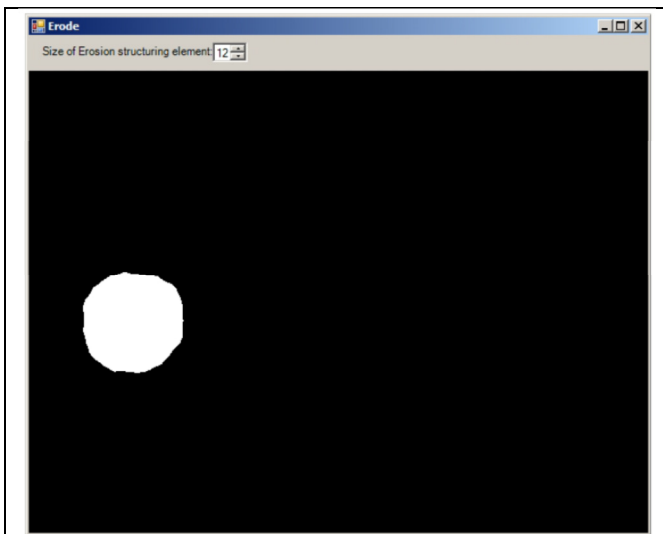


Figura 7. Imagen Erosionada con un elemento estructurante de radio 12.

Se debe destacar que las operaciones de erosión y dilatación no son inversas, además se han usado elementos estructurantes de diferentes tamaños (Véase las Figuras 7 y 8) ya que solo se requiere mantener la simetría del objeto de interés puesto que el tamaño de un círculo regular no afecta su centro de masa así se cambie su tamaño, situación que resulta de alto interés en el seguimiento mediante la cámara.

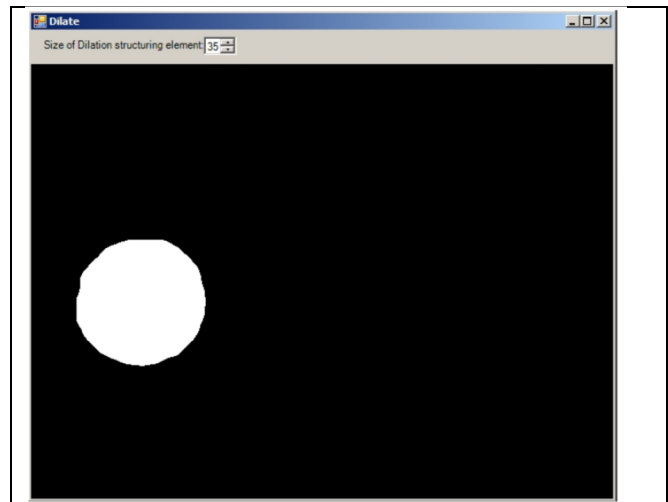


Figura 8. Imagen dilatada con un elemento estructurante de radio 35.

Una vez se ha definido claramente, mediante la segmentación, el elemento a seguir, el sistema procede a determinar el centro de masa del elemento mostrado en la Figura 8, el cual, seguidamente, se calcula para cada uno de los cuadros de la secuencia de video previamente capturada o seguida en tiempo real.

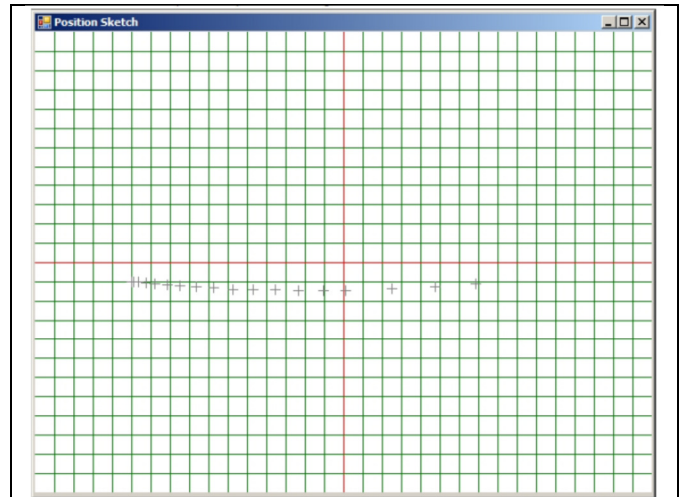


Figura 9. Marcación del centro de masa de la esfera roja del ejemplo para cada uno de los cuadros capturados en el tiempo.

La Figura 9 presenta cada uno de los centros de masa calculados a partir de los cuales, conocida la posición horizontal y el tiempo transcurrido entre cada cuadro capturado, permite realizar la gráfica de la Figura 10.

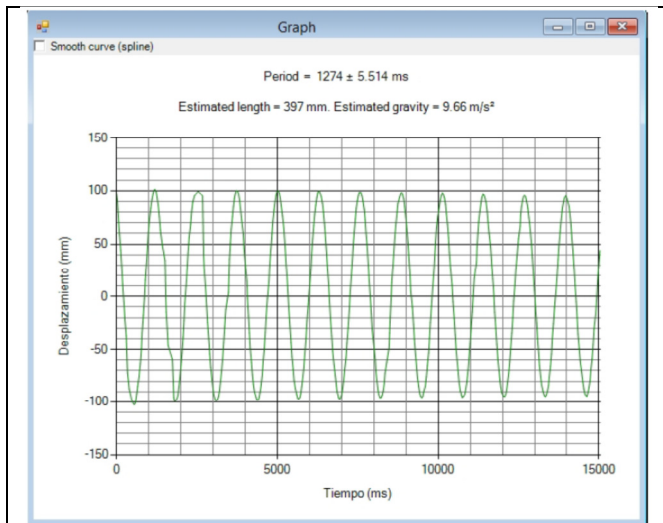


Figura 10. Función posición del centro de masa de la masa que oscila.

El aplicativo realiza el cálculo del período del péndulo con estimación de su incertidumbre tipo A.

De igual forma, se hace una estimación de la longitud del péndulo y del valor del campo gravitacional a partir de los datos de calibración realizados con la cinta métrica que traduce la distancia de pixeles a milímetros.

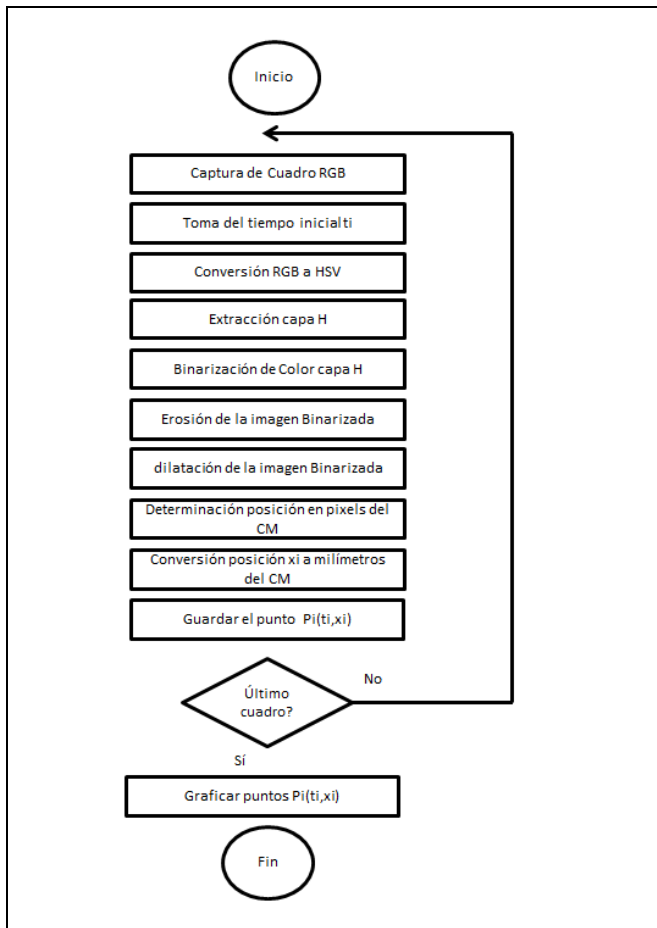


Figura 11. Diagrama de flujo que resume los procesos de VsioPen.

La Figura 11 presenta el diagrama de flujo que resume los procesos usados en VisioPen para la determinación de la gráfica de tiempo contra posición como la mostrada en la figura 10.

Los datos capturados pueden ser exportados a un archivo de texto plano para su posterior tratamiento en un aplicativo más robusto, tal como una hoja de cálculo, cuando así se requiera.

La Figura 11 muestra una captura de los datos exportados a partir de un experimento típico del péndulo simple.

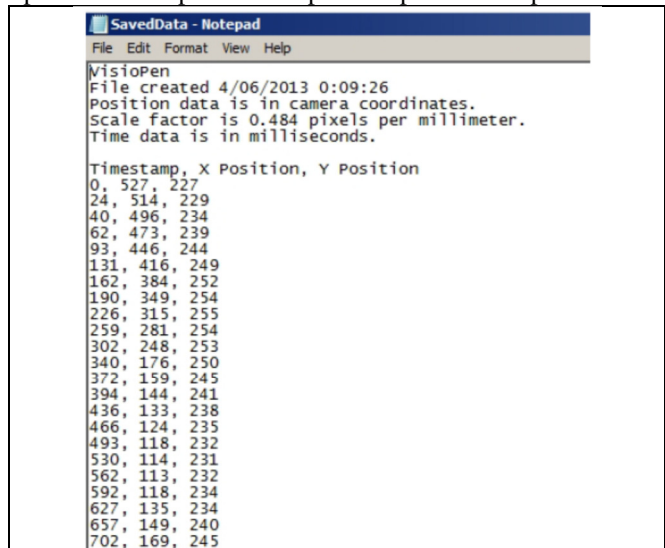


Figura 12. Ejemplo de datos exportados a un archivo separado por comas con el aplicativo VisioPen para el estudio de péndulo simple.

C. Validación del Experimento

Siendo este un instrumento más de laboratorio, es necesario validar las condiciones sobre las cuales debe usarse de tal forma que los resultados entregados en la experimentación sean confiables acercándose a sus valores verdaderos. Para lograrlo se realizaron 5 videos de duración de 5 segundos y 5 videos más de duración de 15 segundos para diferentes longitudes del péndulo.

Las condiciones y consideraciones bajo las cuales se realizó el experimento son las siguientes:

- La longitud de la cuerda del péndulo simple, variable.
- La masa de péndulo, invariante pero considerable para atenuar el efecto de la fricción con el aire (266,324 g).

- El Ángulo inicial entre 0° y 15° para guardar relación con las ecuaciones de movimiento armónico simple, invariante (5,5 Grados).
- La forma de la masa, esférica e invariante.
- El color de la masa a seguir, rojo e invariante.
- Separación entre la masa del péndulo y la cámara web, invariante (0,41m).
- El valor de la gravedad para el cálculo teórico del periodo, invariante ($9,72 \text{ m/s}^2$).

IV. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

La Figura 13 presenta el resultado de la relación entre el período del péndulo en segundos y la longitud del mismo cuando se varía la duración del video capturado.

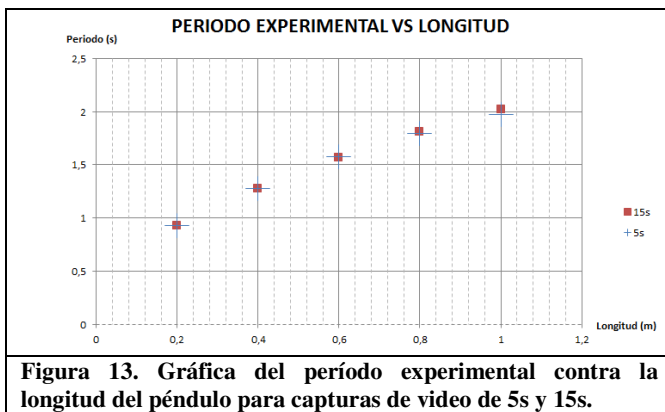


Figura 13. Gráfica del período experimental contra la longitud del péndulo para capturas de video de 5s y 15s.

Aunque solo se analizaron las duraciones de captura de 5s y 15s, se puede apreciar que el período determinado por VisioPen no se ve afectado siempre que se mantengan los invariantes anteriormente mencionados.

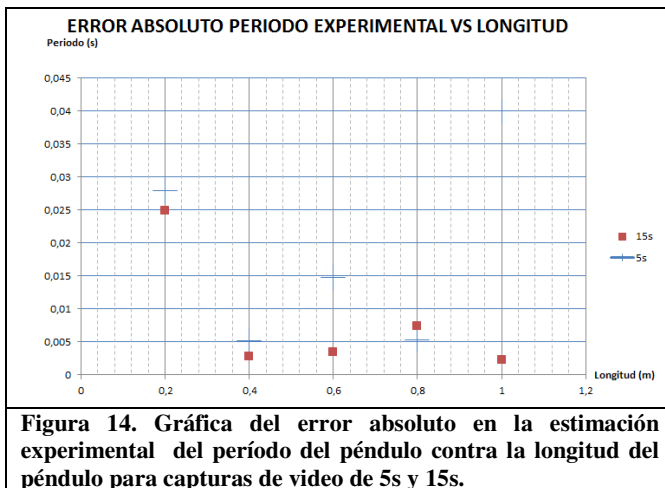


Figura 14. Gráfica del error absoluto en la estimación experimental del período del péndulo contra la longitud del péndulo para capturas de video de 5s y 15s.

La Figura 14 ilustra la variación del error absoluto en el cálculo del período para diferentes longitudes de la cuerda.

De allí se puede apreciar que el error absoluto es inferior a 0,01s para longitudes comprendidas entre 0,2m y 0,8m para los videos de 5s y 15s.

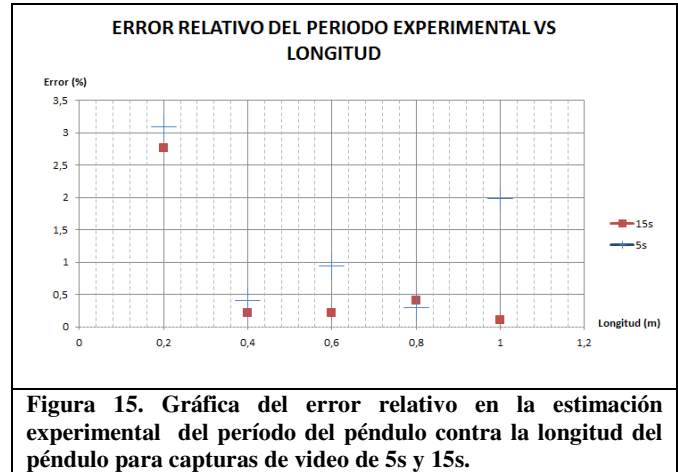


Figura 15. Gráfica del error relativo en la estimación experimental del período del péndulo contra la longitud del péndulo para capturas de video de 5s y 15s.

Observando la Figura 15, la cual corresponde a la variación del error relativo en la estimación del período del péndulo para diferentes longitudes con capturas de video de 5s y 15s, se observa que este error se puede mantener por debajo de 1% cuando se trabaja con longitudes del péndulo comprendidas entre 0,2m y 0,8m sin verse afectado por la duración de video de 5s y 15s. No obstante, se puede apreciar que los mejores resultados se obtienen, en general, con la duración del video más larga (15s) extendiendo el alcance del péndulo hasta un 1m con un error relativo siempre inferior a 0,5%.

V. CONCLUSIONES

El sistema VisioPen presenta un error relativo inferior al 3,5% para todas longitudes del péndulo comprendidas entre 0,2 m y 1 m, pero los mejores resultados se obtienen para longitudes entre 0,2m y 0,8m con videos de duración de 15s. Pese a la simplicidad del sistema VisioPen, resulta ser una herramienta que proporciona un bajo error para todos los casos tratados resultado ser una herramienta adecuada para el uso en el laboratorio de colegios o universidades que no poseen recursos para adquirir equipos de prestaciones superiores, o para realizar experiencias de manera híbrida con hardware y software y por validad sus resultados.

AGRADECIMIENTOS

Los investigadores responsables del desarrollo de VisioPen dan los más fervientes agradecimientos al Profesor Andrew Murray Knott por su orientación en Microsoft C++ y a los estudiantes David Mauricio Echeverri Echeverry, María Fernanda Montoya Vega, Daniela Sánchez Giraldo, y Mateo Zapata López por su apoyo en la evaluación experimental de VisioPen.

REFERENCIAS

- [1] ARDILA, William; CHAVES, José y CORTES, Jimy. Oscilaciones y Ondas en ciencias básicas para ingenierías. ECOE Ediciones, 2013. 219 páginas.
- [2] ARDILA, William; CHAVES, José y CORTES, Jimy. Óptica y física moderna en ciencias básicas para ingenierías. ECOE Ediciones, 2013. XX páginas.
- [3] GETTYS, Edward; KELLER, Frederick; SKOVE Malcolm. Physics, classical and modern. USA, McGraw-Hill, 1989. 1093 páginas. 9780070335233.
- [4] Gonzalez, W., & Woods, R. (2004). Eddins, Digital image processing using Matlab.
- [5] Gonzalez, R. C., Woods, R. E., & Eddins, S. L. (2009). Digital image processing using MATLAB (Vol. 2). Knoxville: Gatesmark Publishing.
- [6] Burger, W., & Burge, M. J. (2009). Principles of digital image processing: core algorithms (Vol. 2). Springer.
- [7] Burger, W., & Burge, M. J. (2010). Principles of Digital Image Processing. Springer.
- [8] Bradski, G., & Kaehler, A. (2008). Learning OpenCV: Computer vision with the OpenCV library. O'reilly.