**SISTEMAS DE NÚMERACIÓN ANTIGUO COMO UNIDAD DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NÚMERICO. UNA PROPUESTA**

How old number systems development training unit of numerical thinking. a proposal

Julián Guzmán Baena, Anderson Mafla Castaño, Mónica Angulo Cruz

*Departamento de Matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*

guzmanjulian34@gmail.com,

 anderson\_mafla@hotmail.com, monac@utp.edu.co

***Resumen*—** El pensamiento numérico en el niño se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que tiene la oportunidad de pensar en los números y de utilizarlos en contextos significativos. La comprensión del significado de los números y de sus diferentes interpretaciones y representaciones, son situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico; para mejorar su enseñanza una posibilidad es la creación de unidades Didácticas con énfasis en los sistemas de númeracion antiguo propiciando así, la adquisición del sentido numérico por parte del estudiante.

***Palabras clave:*** *Pensamiento Numérico, Unidad Didáctica, comprensión*

***Abstract*—** the numerical thinking in children is acquired gradually and will evolve as it has the opportunity to think about the numbers and use them in meaningful contexts. Understanding the meaning of numbers and their different interpretations and representations are situations involving the development of numerical thinking, to improve their teaching one possibility is the creation of teaching units thereby facilitating the acquisition of number sense by the student

***Key Word:*** Numerical Thinking, Teaching Unit, understanding

1. **INTRODUCCIÓN**

El desarrollo del pensamiento numérico se centra en la comprensión del uso y los significados de los números; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. Este exige dominar progresivamente un conjunto de procesos, conceptos, proposiciones, modelos y teorías en diversos contextos, los cuales permiten configurar las estructuras conceptuales de los diferentes sistemas numéricos y su uso eficaz por medio de los distintos sistemas de numeración.

En la primera etapa escolar se inician las experiencias con las distintas formas de conteo y con las operaciones usuales de adición, sustracción, multiplicación y división, generando una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas.

Lo anterior representa en algunas ocasiones una fuerte carga cognitiva para los estudiantes y una serie de dificultades didácticas para docentes. Sin embargo, un acompañamiento pedagógico paciente y progresivo puede lograr que la gran mayoría de los estudiantes alcancen una básica comprensión del tema.

Por lo tanto para lograr el mencionado acompañamiento se propone el diseño, elaboración y aplicación de Unidades Didácticas como instrumentos de planificación de las tareas didácticas, que permiten al profesor organizar su práctica educativa para articular unos procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad y con el ajuste adecuado o ayuda pedagógica a sus estudiantes.

El diseño de una unidad didáctica con énfasis en los sistemas de numeración y otras civilizaciones antiguas, tiene como finalidad aportar al profesorado una herramienta didáctica para el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes que cursan su primer ciclo educativo; pretendiendo ser una herramienta para la enseñanza y el aprendizaje del concepto y utilización del número, la comprensión de sistemas de numeración desarrollados por diversas civilizaciones antiguas y la comprensión de las operaciones matemáticas fundamentales con el sistema de numeración egipcio.

1. **EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMERICO**:

Con respecto al pensamiento numérico en el cual se incluyen temáticas relativas al número y sus posibles sistemas y operaciones que son base fundamental para el desarrollo de cualquier proceso matemático en el estudiante, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean que este pensamiento desarrolla los procesos curriculares y la organización de actividades centrados en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación.

Los niños con sentido numérico comprenden los números y sus múltiples relaciones, reconocen las magnitudes relativas de los números y el efecto de las operaciones entre ellos, y han desarrollado puntos de referencia para cantidades y medidas.

En los Lineamientos Curriculares de Matemática introducen cómo el pensamiento numérico abarca varios métodos, en particular es fundamental la manera como los estudiantes escogen, desarrollan y usan métodos de cálculo, incluyendo cálculo escrito, cálculo mental, calculadoras y estimación, pues el pensamiento numérico juega un papel muy importante en el uso de cada uno de estos métodos. La invención de un algoritmo y su aplicación hace énfasis en aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de propiedades numéricas. Cuando se usa un algoritmo ya sea utilizando papel y lápiz o calculadora, el pensamiento numérico es importante cuando se reflexiona sobre las respuestas.

Otras situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números. En general estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes.

Otro indicador valioso del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que da pistas para determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables.

Los Lineamientos Curriculares proponen tres aspectos básicos que ayudan a desarrollar el pensamiento numérico en las niñas y niños para orientar su trabajo en el aula: 1) Comprensión de los números y de la numeración, 2) Comprensión del concepto de las operaciones y 3) Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

* + 1. **Comprensión de los números y de la numeración**

La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los estudiantes de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana, y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional.

Se parte de los significados de los números: Los números tienen distintos significados para los niños de acuerdo con el contexto en el que se emplean y de su edad. Rico y Catro[[1]](#footnote-1) afirman que en la vida real se utiliza el significado de los números de distintas maneras, entre las cuales están las siguientes:

• Como secuencia verbal: Los números se utilizan en su orden habitual (uno, dos, tres, etc.), sin hacer referencia a ningún objeto externo, a veces con el propósito de recitar la secuencia o de cronometrar la duración de un juego o una carrera por ejemplo diciendo los números de 1 a 10, etc. Los niños aprenden rápidamente a contar números por repetición de pautas verbales

• Para contar: Cada uno se asocia a un elemento de un conjunto de objetos discretos. Este contexto conlleva el correcto empleo de la correspondencia biunívoca que a cada número asocia un objeto.

• Para expresar una cantidad de objetos o como cardinal: Cuando un número natural describe la cantidad de elementos de un conjunto bien definido de objetos discretos, se está usando el número como cardinal.

• Para medir: cuando describen la cantidad de unidades de alguna magnitud continua (como longitud, superficie, volumen, capacidad, peso, etc.)

• Para marcar una posición o como ordinal: el número describe la posición relativa de un elemento en un conjunto discreto y totalmente ordenado, en el que se ha tomado uno de los elementos como inicial.

• Como código o símbolo: los números se utilizan para distinguir clases de elementos. Son etiquetas que identifican cada una de las clases. El ejemplo más familiar para los niños lo constituyen los números que llevan los jugadores de un equipo de fútbol. Los números del 1 al 11 representan las posiciones teóricas en las que juegan: portero, defensa lateral izquierdo, central, extremo izquierdo, etc.

• Como una tecla para pulsar: en el que está asociado con un resorte diferenciado, que hay que accionar físicamente para su utilización. Solamente están representados los números del 0 al 9, y con ellos se pueden representar los demás, hasta un límite entre 8 y 12 dígitos dependiendo del aparato

**2.1.2** **Comprensión del concepto de las operaciones**

Una parte importante del currículo de matemáticas en la educación básica primaria, se dedica a la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números naturales.

En el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos y diferenciar aquellas que tienen rasgos comunes, que luego permitan ser consideradas bajo un mismo concepto operatorio. Por ejemplo las acciones más comunes que dan lugar a conceptos de adición y sustracción son agregar y desagregar, reunir y separar, acciones que se trabajan simultáneamente con las ideas que dan lugar al concepto de número.

Por ejemplo en los Estándares básicos de competencias en matemáticas se plantea que en el caso de los números naturales, las experiencias con las distintas formas de conteo y con las operaciones usuales (adición, sustracción, multiplicación y división) generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas. En cierto sentido, la numerosidad o cardinalidad de estas cantidades se está midiendo con un conjunto unitario como unidad simple, o con la pareja, la decena o la docena como unidades complejas, y las operaciones usuales se asocian con ciertas combinaciones, separaciones, agrupaciones o reparticiones de estas cantidades, aunque de hecho se refieren más bien a los números que resultan de esas mediciones.

1. **LA UNIDAD DIDÁCTICA**

Tal como lo proponen Martínez y Martínez[[2]](#footnote-2) el término Unidad Didáctica, UD, se ha utilizado con significado amplio, en general se puede definir como un instrumento de planificación de las tareas didácticas que permite al profesor o profesora organizar su práctica educativa para articular unos procesos de enseñanza y aprendizaje de calidad y con el ajuste adecuado (ayuda pedagógica) al grupo clase y a cada alumno o alumna que lo compone.

La elaboración de una UD constituye una fase más del proceso de planificación y desarrollo del currículo. Cuando se realiza la planificación denominada UD, los profesores y profesoras tratan de reducir las incertidumbres sobre la base de un mejor conocimiento de la realidad del aula (diagnóstico) y la previsión de lo que puede suceder en caso de mantenerse algunas situaciones (prognosis). Con la información que se dispone de lo que ocurre en la clase y el análisis e interpretación de la misma se puede elaborar un diagnóstico en forma de diseño de UD que sirva para establecer de una manera más adecuada qué se va a hacer y cómo, cuándo, dónde y con qué.

La UD también forma parte de los procesos más concretos de programación, y en este caso se identifica con un conjunto de procedimientos y técnicas que permiten establecer, relacionar y concretar temporal, espacial y técnicamente el conjunto de actuaciones dirigidas al logro de unas determinadas metas educativas. Por tanto, la UD se configura como una operativización de los procesos más las áreas, especifica acciones y recursos y, además, todo ello dentro de un marco temporal concreto. La programación de aula queda integrada por el conjunto de UD ordenadas y secuenciadas de acuerdo con los criterios de los profesores y profesoras y las peculiaridades necesidades de cada grupo de alumnos.

La UD se constituye como una propuesta de trabajo relativa a un proceso de enseñanza y aprendizaje articulado y completo. La UD contiene la planificación de un proceso completo de enseñanza y aprendizaje y por tanto engloba todos los elementos curriculares: objetivos, bloques elementales de contenidos, actividades de aprendizaje, principios básicos de información y unas actividades de evaluación. Todos estos componentes deben estar articulados en torno a un “eje organizador” que actúa como un epítome (Un organizador previo que integra los elementos esenciales de contenido y los contextualiza conceptualmente. Su función es transmitir los elementos esenciales del contenido y facilitar su ampliación) que servirá de anclaje a las informaciones sucesivas que se ofrecen a los alumnos y que también les transmite los elementos fundamentales del contenido de la UD.

Resumiendo, una UD está articulada alrededor del eje organizador y contiene además la concreción de los contenidos a desarrollar y las actividades que deben realizarse, así como aquellos aspectos metodológicos y para la evaluación que se consideran relevantes. La UD se configura como un espacio de concreción y síntesis de decisiones sobre los objetivos y contenidos a desarrollar, las estrategias metodológicas que han de emplearse y la evaluación a aplicar con relación al contexto del entorno/institución y a las características de los propios alumnos.

La UD partiendo de referentes superiores (Currículo Básico y Proyecto Curricular), concreta aspectos tales como las estrategias metodológicas; el diseño y/o selección de materiales; la gestión del aula (concreción del uso de espacios y tiempos, modelos de agrupamiento en función de estos, etc.); la selección de las actividades pertinentes (procurando una adecuada combinación/variedad del código utilizado) y de las personas implicadas, y la evaluación que exige la adopción de decisiones sobre el tipo, referente, criterio y medio que se va a utilizar.

Como instrumento de planificación o programación, la UD cumple algunas de las funciones que los profesores y profesoras asignan a tales actividades:

• Ayuda a eliminar la dependencia excesiva del azar y la improvisación (tomadas en sentido negativo)

• Satisface, en consecuencia, las necesidades psicológicas inmediatas de la persona que planifica: sentimientos de control sobre los procesos, seguridad en lo que se hace o propone, confianza en sí mismo y en la propuesta, disminución de la incertidumbre, entre otros.

• Favorece la eliminación de programas incompletos, ya que implica una reflexión sobre la secuencia y la temporalización realizadas en el Proyecto Curricular.

• Ayuda al profesor o profesora a prepararse cognitiva e instrumentalmente para el proceso de enseñanza y aprendizaje, a través de la construcción de los mapas conceptuales (incluyendo los epítomes, ejes organizativos u organizadores previos) y del conjunto de actividades (con sus correspondientes recursos y maneras de organización del aula: espacios y tiempos, agrupamientos…)

• Evita la pérdida de tiempo y rentabiliza al máximo los esfuerzos.

• Da pié al desarrollo de procesos creativos e imaginativos cuando se diseña en grupo, al tiempo que refuerza los vínculos del equipo.

• Guía los proceso interactivos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar durante la puesta en práctica.

• Permite adaptar el trabajo didáctico de los profesores y profesoras a las características socioculturales del contexto de la institución.

• Genera desarrollo y crecimiento profesional cuando se procede a su diseño a través de la reflexión y auto revisión de lo que sucede con el “ecosistema” del aula de todos los niveles.

Cada función enunciada ayuda en el proceso de aprendizaje en los estudiantes y permite que el profesor pueda ser más creativo, innovador y motivador de una nueva estrategia metodológica basada en unidades didácticas, esto implica que se puedan generar nuevas formas de enseñanza en varias áreas del conocimiento, a través de grupos de alumnos trabajando para un mismo fin.

3.1.1 **Enfoque Psicoeducativo SocioConstructivista**

Según Medina[[3]](#footnote-3) el enfoque socio-constructivista pretende la comprensión sobre cómo las relaciones sociales, las relaciones con el otro, sea este un individuo o un grupo, intervienen en un modo estructuralmente fundamental en el proceso de construcción del conocimiento. Recoge elementos de la escuela histórico-cultural soviética y aspectos del interaccionismo constructivista. Tiene puntos de contacto con el enfoque socio-cultural, pero reconoce un papel preponderante a las dinámicas sociales, interpersonales y de grupo en la organización del conocimiento sobre mundo.

El padre del Socio-constructivismo fue Vigótsky que en su teoría explica como las personas a través de la interacción social pueden obtener un desarrollo intelectual, en donde la sociedad es un punto importante en el aprendizaje del ser humano ya que somos seres sociables y comunicativos durante nuestro desarrollo; describiendo el desarrollo como el modo de relacionar elementos culturales como el lenguaje, propio del ser humano que no pertenece a una sola persona sino a la comunidad o sociedad a la cual pertenecemos. Por lo tanto la cultura practicada por nuestra sociedad pasa a nosotros mediante el lenguaje.

En el desarrollo del socio constructivismo de Vigótsky se puede hablar de 5 fases principales, notables para el desarrollo intelectual de la persona en una comunidad.

La primera fase son las funciones mentales ya sean inferiores o superiores. Las inferiores describen que existen recursos que están determinados genéticamente, por lo tanto son funciones naturales limitadas, ya que se da un comportamiento de reacción y respuesta a estímulos del ambiente. Las superiores son más complejas, ya que se desarrollan por la interacción social. En este nivel mental ya la sociedad juega un papel importante en el individuo, donde este se encuentra con una cultura específica y concreta la cual de una u otra forma aporta conocimientos. En esta fase se propicia que a mayor interacción con la sociedad mayor será nuestra capacidad de conocimiento.

La segunda fase habla de las habilidades psicológicas relacionada con las funciones mentales superiores, donde aparece el conocimiento primero como proceso social y después como individual.

Así pues todos los conocimientos (lenguaje, escritura) son fenómenos sociales que después pasan hacer propiedad del individuo. Después de un tiempo, se presenta un proceso de interiorización el cual es de gran importancia en el desarrollo de cada persona, donde los cocimientos son más del individuo que de la sociedad es decir perfecciona sus habilidades, por lo tanto se hace independiente de otras personas; permitiendo que actué por sí mismo y asuma responsabilidades.

Está la zona del desarrollo próximo donde no puede faltar el contacto social, todas las habilidades que presenta el individuo en esta etapa las afianza, ósea el potencial de sus habilidades se desarrollan mediante la interacción con los demás. Este punto se relaciona con el funcionamiento mental donde el conocimiento y la experiencia de los demás facilitan el aprendizaje. Por lo tanto mientras mayor sea la frecuencia de contacto con los demás nuestro conocimiento será más rico y amplio.

La tercera fase, son las Herramientas psicológicas donde los símbolos, los sistemas numéricos, la escritura, entre otros juegan un papel importante en el desarrollo, en otras palabras establecen un puente entre las funciones mentales superiores e inferiores lo que Vygotsky llama como interpsicológicas (sociales) y las intrapsicológicas (personales).

La cuarta fase es el lenguaje, el permite la comunicación entre individuos (pensamientos, sentimientos, actitudes), en resumen a través del lenguaje conocemos, nos desarrollamos y creamos nuestra realidad y es a través del lenguaje que el individuo se apropia de conocimientos ya sea plasmados en un libro, por conversaciones, o por señales. El lenguaje es tan importante en nuestra sociedad que los profesores y alumnos deben de darle buen uso en el ámbito del aprendizaje, por lo que una buena utilización del lenguaje permite que el profesor explique bien su clase y el alumno la entienda a perfección.

La quinta fase trata de la mediación y como esta afecta la actividad humana, por lo que podemos decir que hay una mediación social. En general los seres humanos estamos acostumbrados a utilizar instrumentos para hacer más fácil el trabajo lo que el padre del socio-constructivismo llama mediación semiótica

1. **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALLIAUME, Javier. Didáctica de las matemáticas. Concepto de número, Los sistemas de numeración. Disponible en: http://www.monografias.com/trabajos25/didactica-de-matematica/didactica-de-matematica.shtml

ARNALDEZ, Roger. Historia general de las ciencias: La ciencia antigua y medieval: (de los orígenes a 1450): Las antiguas ciencias del Oriente. Barcelona, Ediciones Orbis, 1988. ISBN 84-402-0158-3

BARKLEY, Elizabeth F.; CROSS, K. Patricia y MAJOR, Claire Howell. Técnicas de aprendizaje colaborativo. Manual para el profesorado universitario. Madrid, Ediciones Morata, 2007. 234 p.

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático. En: Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden. Bogotá, MEN, 2006. p. 46-95. ISBN 958-691-290-6

--------. Lineamientos curriculares. Matemáticas. Bogotá, MEN, 1998

FERRERO, Luis. El juego y la matemática. Madrid, La muralla, 1991. p. 347

MARTINEZ SOTO, Ángel Pascual y MARTÍNEZ CERÓN, Ginés. La Unidad Didáctica en E. primaria: Elaboración y diseño. Madrid, Editorial Bruño, 1995. p. 248

MEDINA VÁSQUEZ, Javier. Visión compartida de futuro. Cali, Universidad del Valle, 2006. p. 215. ISBN 958-670-244-8

TERIGI, Flavia y WOLMAN, Susana. Sistemas de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza. En: Revista Iberoamericana de Educación N.° 43 (2007). p.59-83. Disponible en: http://www.rieoei.org/rie43a03.pdf

1. RICO, Luis; CASTRO, E. y CASTRO, E., Fundamentos para una aritmética escolar. 1987. Citado por MEN. Lineamientos curriculares. Matemáticas [↑](#footnote-ref-1)
2. MARTINEZ SOTO, Ángel Pascual y MARTÍNEZ CERÓN, Ginés. La Unidad Didáctica en E. primaria: Elaboración y diseño [↑](#footnote-ref-2)
3. MEDINA VÁSQUEZ, Javier. Visión compartida de futuro. Cali, Universidad del Valle, 2006. p. 215 [↑](#footnote-ref-3)